

# FORMALISMES DE REPRÉSENTATION ET RAISONNEMENT

---

Chuyuan Li

09 janvier 2023

Université de Lorraine

Chuyuan (Lisa) Li <https://members.loria.fr/ChuyuanLi/>  
chuyuan.li@univ-lorraine.fr

**Le cours** 5 séances de CM 2H, 5 séances de TD 2H

- CM : 01/09, 23/01, 06/02, 27/02, 13/03
- TD : 16/01, 30/01, 13/02, 06/03, 20/03 (grp1), 24/03 (grp2)

**L'évaluation** Examen final de 2H, tiers-temps 2H30

- 03/04
- Feuille A4 autorisée

- 1 Généralités sur la logique
- 2 Logique propositionnelle
- 3 Logique des prédicats
- 4 Modèle & unification
- 5 Dédution naturelle

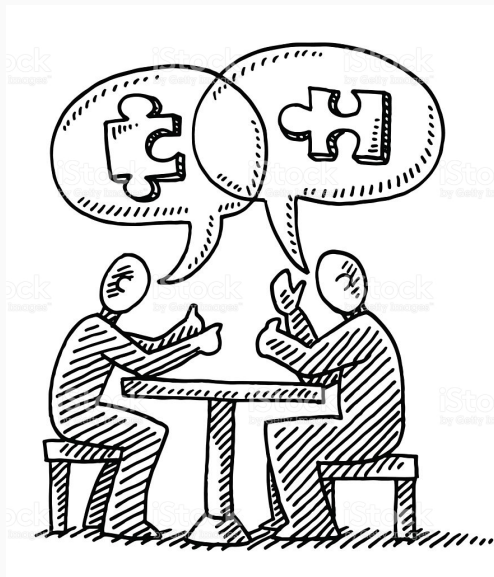
Généralités sur la logique

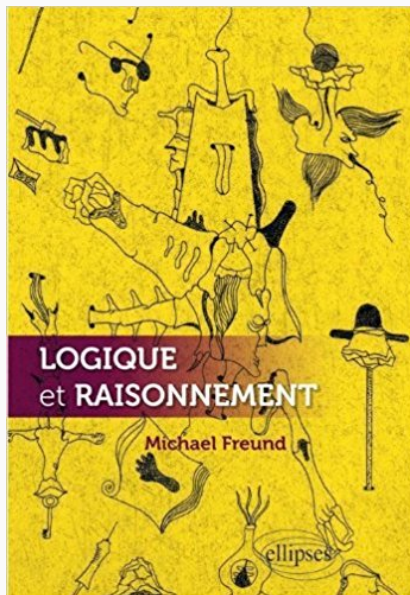
Logique propositionnelle

# GÉNÉRALITÉS SUR LA LOGIQUE

---

# MOTIVATIONS





**Définition (Valeur de vérité)**

$v(A) = 1$  si A est vraie;  $v(A) = 0$  si A est fausse.

**Définition (Connecteurs)**

Nom	Symbole	Valeur de vérité
négation	$\neg$	$v(\neg A) = 1$ ssi $v(A) = 0$
conjonction	$\wedge$	$v(A \wedge B) = 1$ ssi $v(A) = v(B) = 1$
disjonction	$\vee$	$v(A \vee B) = 0$ ssi $v(A) = v(B) = 0$
implication	$\rightarrow$	$v(A \rightarrow B) = 0$ ssi $v(A) = 1$ et $v(B) = 0$
double implication	$\leftrightarrow$	$v(A \leftrightarrow B) = 1$ ssi $v(A) = v(B)$



## Définition (Equivalences)

$A \equiv B$  est une notation pour signifier que A et B ont la même **table de vérité**.

$$\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$$

$$\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$$

$$A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$$

$$\neg(A \rightarrow B) \equiv ?$$

## Définition (Equivalences)

$A \equiv B$  est une notation pour signifier que A et B ont la même **table de vérité**.

$$\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$$

$$\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$$

$$A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$$

$$\neg(A \rightarrow B) \equiv ?$$

## Définition (Notions importantes)

**Tautologie** : proposition qui est toujours vraie. Symbole  $\top$  (top).

**Contradiction** : proposition qui est toujours fausse. Symbole  $\perp$  (bottom).

Prouver  $\neg(A \rightarrow B) \equiv A \wedge \neg B$ .

# LOGIQUE PROPOSITIONNELLE

---

## Définition (Formules du langage propositionnel)

1. Les **variables propositionnelles** sont des propositions (atomiques). Notées  $a, b, c$ .
2. Le résultat de l'application d'un connecteur à une (pour  $\neg$ ) ou deux propositions est encore une proposition. Notées  $P, Q, R$ .

## Définition (Formules du langage propositionnel)

1. Les **variables propositionnelles** sont des propositions (atomiques). Notées  $a, b, c$ .
2. Le résultat de l'application d'un connecteur à une (pour  $\neg$ ) ou deux propositions est encore une proposition. Notées  $P, Q, R$ .

## Définition (Littéral, clause)

**Littéral** Variable propositionnelle ou négation d'une variable propositionnelle. Exemple :  $a, \neg a$ .

**Clause** Disjonction de littéraux. Exemple :  $P = a \vee b$ .

## Définition (Forme Normale Conjonctive)

Normalisation d'une proposition sous forme de conjonction de clauses. Une proposition en FNC est une **conjonction de disjonction de littéraux**. Exemple :  $(p \vee q \vee \neg r) \wedge (q \vee s)$ .

Toute formule du langage propositionnel peut s'écrire sous FNC.

## 1. Élimination des implications.

- $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$
- $A \leftrightarrow B \equiv (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$



## 1. Élimination des implications.

- $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$
- $A \leftrightarrow B \equiv (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$

## 2. Distribution des négations (lois de De Morgan)

- $\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$
- $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$

## 1. Élimination des implications.

- $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$
- $A \leftrightarrow B \equiv (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$

## 2. Distribution des négations (lois de De Morgan)

- $\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$
- $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$

## 3. Distribution des disjonctions (OU) sur les conjonctions (ET)

- $P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$

Mettre sous FNC :  $(a \vee b) \rightarrow (c \rightarrow d)$ .  
Combien de littéraux? Combien de clauses?

résolution

$$A \vee q$$

$$\neg q \vee B$$


---


$$A \vee B$$

résolution

$$A \vee q$$

$$q \rightarrow B$$


---


$$A \vee B$$

Une unique règle d'inférence qui définit un système de preuve.

**Cependant** : nécessite que les énoncés soient sous une forme spécifique.

Règle de résolution

résolution		
A	∨	p
¬p	∨	B
<hr/>		
A	∨	B

**Résolution par réfutation :**

1. Conversion de tous les énoncés en FNC.
2. Négation de la conclusion.
3. Application de la règle de résolution jusqu'à :
  - Obtention (dérivation) d'une contradiction.
  - Impossibilité d'appliquer la règle.

**Énoncés** :  $a \vee b, a \rightarrow c, b \rightarrow c.$

**Conclusion** :  $c.$

Écrire la résolution.

Étape 1 : Conversion de tous les énoncés en FNC.

**Énoncés** :  $a \vee b, a \rightarrow c, b \rightarrow c$ .

$$a \vee b \equiv ? \quad (1)$$

$$a \rightarrow c \equiv ? \quad (2)$$

$$b \rightarrow c \equiv ? \quad (3)$$

Étape 1 : Conversion de tous les énoncés en FNC.

**Énoncés** :  $a \vee b$ ,  $a \rightarrow c$ ,  $b \rightarrow c$ .

$$a \vee b : \text{d\u00e9j\u00e0 en FNC} \tag{1}$$

$$a \rightarrow c \equiv \neg a \vee c \tag{2}$$

$$b \rightarrow c \equiv \neg b \vee c \tag{3}$$



Étape 2 : Négation de la conclusion.

Énoncés : (1)  $a \vee b$ , (2)  $\neg a \vee c$ , (3)  $\neg b \vee c$

Négation de la conclusion : (4)  $\neg c$

## DÉROULEMENT DE L'EXEMPLE

Étape 2 : Négation de la conclusion.

Énoncés : (1)  $a \vee b$ , (2)  $\neg a \vee c$ , (3)  $\neg b \vee c$

Négation de la conclusion : (4)  $\neg c$

Étape 3 : Application de la règle de résolution.

		résolution
A	$\vee$	p
$\neg p$	$\vee$	B
<hr/>		
A	$\vee$	B

## DÉROULEMENT DE L'EXEMPLE

Étape 2 : Négation de la conclusion.

Énoncés : (1)  $a \vee b$ , (2)  $\neg a \vee c$ , (3)  $\neg b \vee c$

Négation de la conclusion : (4)  $\neg c$

Étape 3 : Application de la règle de résolution.

résolution

$A \quad \vee \quad p$

$\neg p \quad \vee \quad B$

---

$A \quad \vee \quad B$

$$(1) + (2) \rightarrow b \vee c(5)$$

## DÉROULEMENT DE L'EXEMPLE

Étape 2 : Négation de la conclusion.

Énoncés : (1)  $a \vee b$ , (2)  $\neg a \vee c$ , (3)  $\neg b \vee c$

Négation de la conclusion : (4)  $\neg c$

Étape 3 : Application de la règle de résolution.

résolution

$A \quad \vee \quad p$

$\neg p \quad \vee \quad B$

---

$A \quad \vee \quad B$

$$(1) + (2) \rightarrow b \vee c(5)$$

$$(5) + (3) \rightarrow c \vee c \equiv c(6)$$

## DÉROULEMENT DE L'EXEMPLE

Étape 2 : Négation de la conclusion.

Énoncés : (1)  $a \vee b$ , (2)  $\neg a \vee c$ , (3)  $\neg b \vee c$

Négation de la conclusion : (4)  $\neg c$

Étape 3 : Application de la règle de résolution.

résolution

$A \quad \vee \quad p$

$\neg p \quad \vee \quad B$

---

$A \quad \vee \quad B$

(1) + (2)  $\rightarrow b \vee c$ (5)

(5) + (3)  $\rightarrow c \vee c \equiv c$ (6)

(6) contredit (4)

Énoncés :  $(a \rightarrow b) \rightarrow b, \neg c \rightarrow (\neg a \wedge b), (c \rightarrow d) \rightarrow \neg(d \rightarrow b).$

**Conclusion** :  $c.$

Écrire la résolution.

Énoncés :  $(a \rightarrow b) \rightarrow b, \neg c \rightarrow (\neg a \wedge b), (c \rightarrow d) \rightarrow \neg(d \rightarrow b).$

Conclusion :  $c.$

Écrire la résolution. C'est long.

Deux stratégies :

- Recherche en largeur
- Recherche Shortest-Clause



La construction s'effectue par niveaux.

**Niveau 0** Propositions de la base de connaissances, négation de la conclusion.

**Niveau  $k$**  Propositions obtenues grâce à l'application de la règle de résolution à deux propositions dont au moins une du niveau  $k - 1$ .

**Arrêt** Lorsque l'application de la règle donne lieu à une contradiction ou n'est plus possible.

## Niveau 0 :

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$

2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$

3.  $\neg f \vee g \vee h$

4.  $c$

5.  $a$

6.  $d$

7.  $\neg e$

8.  $\neg h$

9.  $\neg g$  négation de la  
conclusion

## Niveau 0 :

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion

## Niveau 1 :

## Niveau 0 :

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion

## Niveau 1 :

10. 1 et 5

## Niveau 0 :

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion

## Niveau 1 :

10. 1 et 5

$$\neg b \vee c$$

## Niveau 0 :

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion

## Niveau 1 :

10. 1 et 5
11. 2 et 3

$\neg b \vee c$

## EXEMPLE

### Niveau 0 :

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion

### Niveau 1 :

10. 1 et 5  $\neg b \vee c$
11. 2 et 3  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee g \vee h$

## EXEMPLE

### Niveau 0 :

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion

### Niveau 1 :

10. 1 et 5  $\neg b \vee c$
11. 2 et 3  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee g \vee h$
12. 2 et 5



## EXEMPLE

### Niveau 0 :

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion

### Niveau 1 :

10. 1 et 5  $\neg b \vee c$
11. 2 et 3  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee g \vee h$
12. 2 et 5  $\neg d \vee e \vee f$

## EXEMPLE

### Niveau 0 :

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion

### Niveau 1 :

10. 1 et 5  $\neg b \vee c$
11. 2 et 3  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee g \vee h$
12. 2 et 5  $\neg d \vee e \vee f$
13. 2 et 6

## EXEMPLE

### Niveau 0 :

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion

### Niveau 1 :

- |            |   |
|------------|---|
| 10. 1 et 5 | $\neg b \vee c$                           |
| 11. 2 et 3 | $\neg a \vee \neg d \vee e \vee g \vee h$ |
| 12. 2 et 5 | $\neg d \vee e \vee f$                    |
| 13. 2 et 6 | $\neg a \vee e \vee f$                    |

## EXEMPLE

### Niveau 0 :

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion

### Niveau 1 :

10. 1 et 5  $\neg b \vee c$
11. 2 et 3  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee g \vee h$
12. 2 et 5  $\neg d \vee e \vee f$
13. 2 et 6  $\neg a \vee e \vee f$
14. 2 et 7

## EXEMPLE

### Niveau 0 :

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion

### Niveau 1 :

- |            |   |
|------------|---|
| 10. 1 et 5 | $\neg b \vee c$                           |
| 11. 2 et 3 | $\neg a \vee \neg d \vee e \vee g \vee h$ |
| 12. 2 et 5 | $\neg d \vee e \vee f$                    |
| 13. 2 et 6 | $\neg a \vee e \vee f$                    |
| 14. 2 et 7 | $\neg a \vee \neg d \vee f$               |

## Niveau 0 :

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion

## Niveau 1 :

10. 1 et 5  $\neg b \vee c$
11. 2 et 3  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee g \vee h$
12. 2 et 5  $\neg d \vee e \vee f$
13. 2 et 6  $\neg a \vee e \vee f$
14. 2 et 7  $\neg a \vee \neg d \vee f$
15. et nous ne sommes pas encore au bout du niveau 1 (!)

**But** : obtenir la **contradiction**, proposition de taille 1.

**Donc** : on choisit les étapes de résolution impliquant les littéraux.

On produit ainsi des propositions plus petites : convergence vers une taille 1.

## EXEMPLE

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion



## EXEMPLE

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$

2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$

3.  $\neg f \vee g \vee h$

4.  $c$

5.  $a$

6.  $d$

7.  $\neg e$

8.  $\neg h$

9.  $\neg g$  négation de la  
conclusion

10. 2 et 5

## EXEMPLE

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$

2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$

3.  $\neg f \vee g \vee h$

4.  $c$

5.  $a$

6.  $d$

7.  $\neg e$

8.  $\neg h$

9.  $\neg g$  négation de la  
conclusion

10. 2 et 5

$\neg d \vee e \vee f$

## EXEMPLE

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$

2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$

3.  $\neg f \vee g \vee h$

4.  $c$

5.  $a$

6.  $d$

7.  $\neg e$

8.  $\neg h$

9.  $\neg g$  négation de la  
conclusion

10. 2 et 5

11. 2 et 6

$\neg d \vee e \vee f$

## EXEMPLE

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$

2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$

3.  $\neg f \vee g \vee h$

4.  $c$

5.  $a$

6.  $d$

7.  $\neg e$

8.  $\neg h$

9.  $\neg g$  négation de la  
conclusion

10. 2 et 5

11. 2 et 6

$\neg d \vee e \vee f$

$\neg a \vee e \vee f$

## EXEMPLE

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$

2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$

3.  $\neg f \vee g \vee h$

4.  $c$

5.  $a$

6.  $d$

7.  $\neg e$

8.  $\neg h$

9.  $\neg g$  négation de la  
conclusion

10. 2 et 5

11. 2 et 6

12. 2 et 7

$\neg d \vee e \vee f$

$\neg a \vee e \vee f$

## EXEMPLE

- |                                       |            |                             |
|---------------------------------------|------------|-----------------------------|
| 1. $\neg a \vee \neg b \vee c$        | 10. 2 et 5 | $\neg d \vee e \vee f$      |
| 2. $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$ | 11. 2 et 6 | $\neg a \vee e \vee f$      |
| 3. $\neg f \vee g \vee h$             | 12. 2 et 7 | $\neg a \vee \neg d \vee f$ |
| 4. c                                  |            |                             |
| 5. a                                  |            |                             |
| 6. d                                  |            |                             |
| 7. $\neg e$                           |            |                             |
| 8. $\neg h$                           |            |                             |
| 9. $\neg g$ négation de la conclusion |            |                             |

## EXEMPLE

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$

2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$

3.  $\neg f \vee g \vee h$

4.  $c$

5.  $a$

6.  $d$

7.  $\neg e$

8.  $\neg h$

9.  $\neg g$  négation de la  
conclusion

10. 2 et 5

11. 2 et 6

12. 2 et 7

13. 3 et 8

$\neg d \vee e \vee f$

$\neg a \vee e \vee f$

$\neg a \vee \neg d \vee f$

## EXEMPLE

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$

2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$

3.  $\neg f \vee g \vee h$

4.  $c$

5.  $a$

6.  $d$

7.  $\neg e$

8.  $\neg h$

9.  $\neg g$  négation de la  
conclusion

10. 2 et 5

11. 2 et 6

12. 2 et 7

13. 3 et 8

$\neg d \vee e \vee f$

$\neg a \vee e \vee f$

$\neg a \vee \neg d \vee f$

$\neg f \vee g$



## EXEMPLE

- |                                       |            |                             |
|---------------------------------------|------------|-----------------------------|
| 1. $\neg a \vee \neg b \vee c$        | 10. 2 et 5 | $\neg d \vee e \vee f$      |
| 2. $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$ | 11. 2 et 6 | $\neg a \vee e \vee f$      |
| 3. $\neg f \vee g \vee h$             | 12. 2 et 7 | $\neg a \vee \neg d \vee f$ |
| 4. c                                  | 13. 3 et 8 | $\neg f \vee g$             |
| 5. a                                  | 14. 3 et 9 |                             |
| 6. d                                  |            |                             |
| 7. $\neg e$                           |            |                             |
| 8. $\neg h$                           |            |                             |
| 9. $\neg g$ négation de la conclusion |            |                             |

## EXEMPLE

- |                                       |            |                             |
|---------------------------------------|------------|-----------------------------|
| 1. $\neg a \vee \neg b \vee c$        | 10. 2 et 5 | $\neg d \vee e \vee f$      |
| 2. $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$ | 11. 2 et 6 | $\neg a \vee e \vee f$      |
| 3. $\neg f \vee g \vee h$             | 12. 2 et 7 | $\neg a \vee \neg d \vee f$ |
| 4. c                                  | 13. 3 et 8 | $\neg f \vee g$             |
| 5. a                                  | 14. 3 et 9 | $\neg f \vee h$             |
| 6. d                                  |            |                             |
| 7. $\neg e$                           |            |                             |
| 8. $\neg h$                           |            |                             |
| 9. $\neg g$ négation de la conclusion |            |                             |

## EXEMPLE

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$

2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$

3.  $\neg f \vee g \vee h$

4.  $c$

5.  $a$

6.  $d$

7.  $\neg e$

8.  $\neg h$

9.  $\neg g$  négation de la  
conclusion

10. 2 et 5

11. 2 et 6

12. 2 et 7

13. 3 et 8

14. 3 et 9

15. 12 et 13

$\neg d \vee e \vee f$

$\neg a \vee e \vee f$

$\neg a \vee \neg d \vee f$

$\neg f \vee g$

$\neg f \vee h$

## EXEMPLE

- |                                       |              |                             |
|---------------------------------------|--------------|-----------------------------|
| 1. $\neg a \vee \neg b \vee c$        | 10. 2 et 5   | $\neg d \vee e \vee f$      |
| 2. $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$ | 11. 2 et 6   | $\neg a \vee e \vee f$      |
| 3. $\neg f \vee g \vee h$             | 12. 2 et 7   | $\neg a \vee \neg d \vee f$ |
| 4. $c$                                | 13. 3 et 8   | $\neg f \vee g$             |
| 5. $a$                                | 14. 3 et 9   | $\neg f \vee h$             |
| 6. $d$                                | 15. 12 et 13 | $\neg a \vee \neg d \vee g$ |
| 7. $\neg e$                           |              |                             |
| 8. $\neg h$                           |              |                             |
| 9. $\neg g$ négation de la conclusion |              |                             |

## EXEMPLE

- |                                       |              |                             |
|---------------------------------------|--------------|-----------------------------|
| 1. $\neg a \vee \neg b \vee c$        | 10. 2 et 5   | $\neg d \vee e \vee f$      |
| 2. $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$ | 11. 2 et 6   | $\neg a \vee e \vee f$      |
| 3. $\neg f \vee g \vee h$             | 12. 2 et 7   | $\neg a \vee \neg d \vee f$ |
| 4. $c$                                | 13. 3 et 8   | $\neg f \vee g$             |
| 5. $a$                                | 14. 3 et 9   | $\neg f \vee h$             |
| 6. $d$                                | 15. 12 et 13 | $\neg a \vee \neg d \vee g$ |
| 7. $\neg e$                           | 16. 5 et 15  |                             |
| 8. $\neg h$                           |              |                             |
| 9. $\neg g$ négation de la conclusion |              |                             |

## EXEMPLE

- |                                       |              |                             |
|---------------------------------------|--------------|-----------------------------|
| 1. $\neg a \vee \neg b \vee c$        | 10. 2 et 5   | $\neg d \vee e \vee f$      |
| 2. $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$ | 11. 2 et 6   | $\neg a \vee e \vee f$      |
| 3. $\neg f \vee g \vee h$             | 12. 2 et 7   | $\neg a \vee \neg d \vee f$ |
| 4. $c$                                | 13. 3 et 8   | $\neg f \vee g$             |
| 5. $a$                                | 14. 3 et 9   | $\neg f \vee h$             |
| 6. $d$                                | 15. 12 et 13 | $\neg a \vee \neg d \vee g$ |
| 7. $\neg e$                           | 16. 5 et 15  | $\neg d \vee g$             |
| 8. $\neg h$                           |              |                             |
| 9. $\neg g$ négation de la conclusion |              |                             |

## EXEMPLE

- |                                       |              |                             |
|---------------------------------------|--------------|-----------------------------|
| 1. $\neg a \vee \neg b \vee c$        | 10. 2 et 5   | $\neg d \vee e \vee f$      |
| 2. $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$ | 11. 2 et 6   | $\neg a \vee e \vee f$      |
| 3. $\neg f \vee g \vee h$             | 12. 2 et 7   | $\neg a \vee \neg d \vee f$ |
| 4. $c$                                | 13. 3 et 8   | $\neg f \vee g$             |
| 5. $a$                                | 14. 3 et 9   | $\neg f \vee h$             |
| 6. $d$                                | 15. 12 et 13 | $\neg a \vee \neg d \vee g$ |
| 7. $\neg e$                           | 16. 5 et 15  | $\neg d \vee g$             |
| 8. $\neg h$                           | 17. 6 et 16  |                             |
| 9. $\neg g$ négation de la conclusion |              |                             |

## EXEMPLE

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$

2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$

3.  $\neg f \vee g \vee h$

4.  $c$

5.  $a$

6.  $d$

7.  $\neg e$

8.  $\neg h$

9.  $\neg g$  négation de la  
conclusion

10. 2 et 5

11. 2 et 6

12. 2 et 7

13. 3 et 8

14. 3 et 9

15. 12 et 13

16. 5 et 15

17. 6 et 16

$\neg d \vee e \vee f$

$\neg a \vee e \vee f$

$\neg a \vee \neg d \vee f$

$\neg f \vee g$

$\neg f \vee h$

$\neg a \vee \neg d \vee g$

$\neg d \vee g$

$g$



## EXEMPLE

- |                                       |              |                             |
|---------------------------------------|--------------|-----------------------------|
| 1. $\neg a \vee \neg b \vee c$        | 10. 2 et 5   | $\neg d \vee e \vee f$      |
| 2. $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$ | 11. 2 et 6   | $\neg a \vee e \vee f$      |
| 3. $\neg f \vee g \vee h$             | 12. 2 et 7   | $\neg a \vee \neg d \vee f$ |
| 4. $c$                                | 13. 3 et 8   | $\neg f \vee g$             |
| 5. $a$                                | 14. 3 et 9   | $\neg f \vee h$             |
| 6. $d$                                | 15. 12 et 13 | $\neg a \vee \neg d \vee g$ |
| 7. $\neg e$                           | 16. 5 et 15  | $\neg d \vee g$             |
| 8. $\neg h$                           | 17. 6 et 16  | $g$                         |
| 9. $\neg g$ négation de la conclusion | 18. 9 et 17  |                             |

## EXEMPLE

- |                                       |              |                             |
|---------------------------------------|--------------|-----------------------------|
| 1. $\neg a \vee \neg b \vee c$        | 10. 2 et 5   | $\neg d \vee e \vee f$      |
| 2. $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$ | 11. 2 et 6   | $\neg a \vee e \vee f$      |
| 3. $\neg f \vee g \vee h$             | 12. 2 et 7   | $\neg a \vee \neg d \vee f$ |
| 4. c                                  | 13. 3 et 8   | $\neg f \vee g$             |
| 5. a                                  | 14. 3 et 9   | $\neg f \vee h$             |
| 6. d                                  | 15. 12 et 13 | $\neg a \vee \neg d \vee g$ |
| 7. $\neg e$                           | 16. 5 et 15  | $\neg d \vee g$             |
| 8. $\neg h$                           | 17. 6 et 16  | g                           |
| 9. $\neg g$ négation de la conclusion | 18. 9 et 17  | <b>FALSE</b>                |

- Le langage de la logique est très expressif
- Il exprime ce qui est vrai et ne dit pas comment l'utiliser
- Cependant, les assistants de preuve par résolution ne sont pas très efficaces (cependant au cependant, **Coq**)
- La résolution peut devenir exponentielle en temps et en espace
- En pratique :
  - Limiter le langage
  - Simplifier les algorithmes de preuve
- Systèmes à base de règles
- Programmation logique (ex : **Prolog**)

Logique propositionnelle :

- Définitions : variable propositionnelle, littéral, clause, FNC
- Preuves : règle de résolution, FNC, à la main et sans tautologies, c'est long
- Algorithmique : recherche en largeur (divergence), recherche Shortest-Clause (convergence)

Réduction de la complexité de calcul ?