

# Formalismes de Représentation et Raisonnements

## TD 1 - Rappels et ouvertures

Chuyuan Li

### 1 Logique propositionnelle

1. Prouver  $\neg(A \rightarrow B) \equiv A \wedge \neg B$ . ★
2. Prouver  $(A \rightarrow B) \wedge C \equiv (\neg A \wedge C) \vee (B \wedge C)$ .
3. La formule  $(B \rightarrow A) \rightarrow (A \vee B)$  est-elle valide? Justifier. ★
4. La formule  $(A \wedge B \wedge B \wedge \neg C) \vee ((A \wedge B) \rightarrow C)$  est-elle valide? Justifier.

### 2 Arbre de décomposition

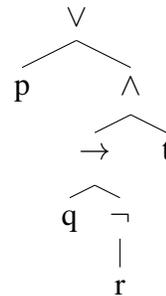
1. Écrire l'arbre de décomposition de la formule suivante : ★

$$h \rightarrow ((f \vee p) \wedge (p \rightarrow (\neg i \rightarrow e))).$$

2. Écrire l'arbre de décomposition de la formule suivante :

$$(p \rightarrow \neg(q \vee r)) \rightarrow (\neg r \wedge p).$$

3. Écrire la formule dont l'arbre est :



### 3 FNC

1. **Théorème : Toute formule du langage propositionnel peut s'écrire sous FNC.**  
Prouver ce théorème. Hint : vous pouvez commencer par éliminer tous les opérateurs sauf la négation, la conjonction, et la disjonction par les formules d'équivalences. ★

Étape 1 : Éliminer les opérateurs l'implication ( $\rightarrow$ ), la double implication ( $\leftrightarrow$ ), le XOR ( $\oplus$ ), la négation de la conjonction ( $\uparrow$ ), la négation de la disjonction ( $\downarrow$ ).

$$A \leftrightarrow B \equiv? \quad (1)$$

$$A \oplus B \equiv? \quad (2)$$

$$A \rightarrow B \equiv? \quad (3)$$

$$A \uparrow B \equiv? \quad (4)$$

$$A \downarrow B \equiv? \quad (5)$$

Étape 2 ? Étape ... ?

2. Mettre sous FNC :  $(\neg p \rightarrow \neg q) \rightarrow (p \rightarrow q)$ .

3. Mettre sous FNC :  $A \rightarrow (B \wedge C \wedge D)$ . ★

(a) Combien de littéraux ?

(b) Combien de clauses ?

## 4 Calcul algébrique avec des propositions

Propositions, comme les nombres, obéissent à des lois algébriques. Voici quelques lois d'équivalences :

- $A \vee \neg A \equiv \top$
- $A \wedge \neg A \equiv \perp$
- $\neg \neg A \equiv A$
- $A \vee A \equiv A$
- $A \wedge A \equiv A$
- $A \vee \top \equiv \top$
- $A \wedge \top \equiv A$
- $A \vee \perp \equiv A$
- $A \wedge \perp \equiv \perp$
- $A \vee B \equiv B \vee A$
- $A \wedge B \equiv B \wedge A$
- $(A \vee B) \vee C \equiv A \vee (B \vee C)$
- $(A \wedge B) \wedge C \equiv A \wedge (B \wedge C)$
- $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$
- $\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$
- $A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
- $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

Utilisez des calculs algébriques pour montrer que toutes les propositions suivantes sont des tautologies ( $\top$ ) :

1.  $((A \wedge \neg B) \vee B) \leftrightarrow (A \vee B)$  ★
2.  $(A \rightarrow \neg A) \rightarrow \neg A$
3.  $A \rightarrow (B \rightarrow A \wedge B)$