

Énoncés :  $(a \rightarrow b) \rightarrow b, \neg c \rightarrow (\neg a \wedge b), (c \rightarrow d) \rightarrow \neg(d \rightarrow b)$ .

Conclusion :  $c$ . Écrire la résolution.

C'est long.

Deux stratégies :

- Recherche en largeur
- Recherche Shortest-Clause

La construction s'effectue par niveaux.

**Niveau 0** Propositions de la base de connaissances, négation de la conclusion.

**Niveau  $k$**  Propositions obtenues grâce à l'application de la règle de résolution à deux propositions dont au moins une du niveau  $k - 1$ .

**Arrêt** Lorsque l'application de la règle donne lieu à une contradiction ou n'est plus possible.

## Niveau 0 :

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion

## Niveau 0 :

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion

## Niveau 1 :

## Niveau 0 :

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion

## Niveau 1 :

10. 1 et 5

## Niveau 0 :

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion

## Niveau 1 :

10. 1 et 5

$$\neg b \vee c$$

## Niveau 0 :

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion

## Niveau 1 :

10. 1 et 5
11. 2 et 3

$\neg b \vee c$



## Niveau 0 :

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion

## Niveau 1 :

10. 1 et 5  $\neg b \vee c$
11. 2 et 3  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee g \vee h$

## EXEMPLE

### Niveau 0 :

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion

### Niveau 1 :

10. 1 et 5  $\neg b \vee c$
11. 2 et 3  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee g \vee h$
12. 2 et 5

## EXEMPLE

### Niveau 0 :

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion

### Niveau 1 :

10. 1 et 5  $\neg b \vee c$
11. 2 et 3  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee g \vee h$
12. 2 et 5  $\neg d \vee e \vee f$

## EXEMPLE

### Niveau 0 :

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion

### Niveau 1 :

10. 1 et 5  $\neg b \vee c$
11. 2 et 3  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee g \vee h$
12. 2 et 5  $\neg d \vee e \vee f$
13. 2 et 6

## EXEMPLE

### Niveau 0 :

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion

### Niveau 1 :

- |            |   |
|------------|---|
| 10. 1 et 5 | $\neg b \vee c$                           |
| 11. 2 et 3 | $\neg a \vee \neg d \vee e \vee g \vee h$ |
| 12. 2 et 5 | $\neg d \vee e \vee f$                    |
| 13. 2 et 6 | $\neg a \vee e \vee f$                    |

## EXEMPLE

### Niveau 0 :

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion

### Niveau 1 :

10. 1 et 5  $\neg b \vee c$
11. 2 et 3  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee g \vee h$
12. 2 et 5  $\neg d \vee e \vee f$
13. 2 et 6  $\neg a \vee e \vee f$
14. 2 et 7

## Niveau 0 :

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion

## Niveau 1 :

- |            |   |
|------------|---|
| 10. 1 et 5 | $\neg b \vee c$                           |
| 11. 2 et 3 | $\neg a \vee \neg d \vee e \vee g \vee h$ |
| 12. 2 et 5 | $\neg d \vee e \vee f$                    |
| 13. 2 et 6 | $\neg a \vee e \vee f$                    |
| 14. 2 et 7 | $\neg a \vee \neg d \vee f$               |

## Niveau 0 :

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion

## Niveau 1 :

10. 1 et 5  $\neg b \vee c$
11. 2 et 3  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee g \vee h$
12. 2 et 5  $\neg d \vee e \vee f$
13. 2 et 6  $\neg a \vee e \vee f$
14. 2 et 7  $\neg a \vee \neg d \vee f$
15. et nous ne sommes pas encore au bout du niveau 1 (!)



**But** : obtenir la **contradiction**, proposition de taille 1.

**Donc** : on choisit les étapes de résolution impliquant les littéraux.

On produit ainsi des propositions plus petites : convergence vers une taille 1.

## EXEMPLE

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$
2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$
3.  $\neg f \vee g \vee h$
4.  $c$
5.  $a$
6.  $d$
7.  $\neg e$
8.  $\neg h$
9.  $\neg g$  négation de la conclusion

## EXEMPLE

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$

2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$

3.  $\neg f \vee g \vee h$

4.  $c$

5.  $a$

6.  $d$

7.  $\neg e$

8.  $\neg h$

9.  $\neg g$  négation de la  
conclusion

10. 2 et 5

## EXEMPLE

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$

2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$

3.  $\neg f \vee g \vee h$

4.  $c$

5.  $a$

6.  $d$

7.  $\neg e$

8.  $\neg h$

9.  $\neg g$  négation de la  
conclusion

10. 2 et 5

$\neg d \vee e \vee f$

## EXEMPLE

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$

2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$

3.  $\neg f \vee g \vee h$

4.  $c$

5.  $a$

6.  $d$

7.  $\neg e$

8.  $\neg h$

9.  $\neg g$  négation de la  
conclusion

10. 2 et 5

11. 2 et 6

$\neg d \vee e \vee f$

## EXEMPLE

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$

2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$

3.  $\neg f \vee g \vee h$

4.  $c$

5.  $a$

6.  $d$

7.  $\neg e$

8.  $\neg h$

9.  $\neg g$  négation de la  
conclusion

10. 2 et 5

11. 2 et 6

$\neg d \vee e \vee f$

$\neg a \vee e \vee f$

## EXEMPLE

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$

2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$

3.  $\neg f \vee g \vee h$

4.  $c$

5.  $a$

6.  $d$

7.  $\neg e$

8.  $\neg h$

9.  $\neg g$  négation de la  
conclusion

10. 2 et 5

11. 2 et 6

12. 2 et 7

$\neg d \vee e \vee f$

$\neg a \vee e \vee f$

## EXEMPLE

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$

2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$

3.  $\neg f \vee g \vee h$

4.  $c$

5.  $a$

6.  $d$

7.  $\neg e$

8.  $\neg h$

9.  $\neg g$  négation de la  
conclusion

10. 2 et 5

11. 2 et 6

12. 2 et 7

$\neg d \vee e \vee f$

$\neg a \vee e \vee f$

$\neg a \vee \neg d \vee f$



## EXEMPLE

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$

2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$

3.  $\neg f \vee g \vee h$

4.  $c$

5.  $a$

6.  $d$

7.  $\neg e$

8.  $\neg h$

9.  $\neg g$  négation de la  
conclusion

10. 2 et 5

11. 2 et 6

12. 2 et 7

13. 3 et 8

$\neg d \vee e \vee f$

$\neg a \vee e \vee f$

$\neg a \vee \neg d \vee f$

## EXEMPLE

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$

2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$

3.  $\neg f \vee g \vee h$

4.  $c$

5.  $a$

6.  $d$

7.  $\neg e$

8.  $\neg h$

9.  $\neg g$  négation de la  
conclusion

10. 2 et 5

11. 2 et 6

12. 2 et 7

13. 3 et 8

$$\neg d \vee e \vee f$$

$$\neg a \vee e \vee f$$

$$\neg a \vee \neg d \vee f$$

$$\neg f \vee g$$

## EXEMPLE

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$

2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$

3.  $\neg f \vee g \vee h$

4.  $c$

5.  $a$

6.  $d$

7.  $\neg e$

8.  $\neg h$

9.  $\neg g$  négation de la  
conclusion

10. 2 et 5

11. 2 et 6

12. 2 et 7

13. 3 et 8

14. 3 et 9

$\neg d \vee e \vee f$

$\neg a \vee e \vee f$

$\neg a \vee \neg d \vee f$

$\neg f \vee g$

## EXEMPLE

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$

2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$

3.  $\neg f \vee g \vee h$

4.  $c$

5.  $a$

6.  $d$

7.  $\neg e$

8.  $\neg h$

9.  $\neg g$  négation de la  
conclusion

10. 2 et 5

11. 2 et 6

12. 2 et 7

13. 3 et 8

14. 3 et 9

$\neg d \vee e \vee f$

$\neg a \vee e \vee f$

$\neg a \vee \neg d \vee f$

$\neg f \vee g$

$\neg f \vee h$

## EXEMPLE

- |                                       |              |                             |
|---------------------------------------|--------------|-----------------------------|
| 1. $\neg a \vee \neg b \vee c$        | 10. 2 et 5   | $\neg d \vee e \vee f$      |
| 2. $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$ | 11. 2 et 6   | $\neg a \vee e \vee f$      |
| 3. $\neg f \vee g \vee h$             | 12. 2 et 7   | $\neg a \vee \neg d \vee f$ |
| 4. c                                  | 13. 3 et 8   | $\neg f \vee g$             |
| 5. a                                  | 14. 3 et 9   | $\neg f \vee h$             |
| 6. d                                  | 15. 12 et 13 |                             |
| 7. $\neg e$                           |              |                             |
| 8. $\neg h$                           |              |                             |
| 9. $\neg g$ négation de la conclusion |              |                             |

## EXEMPLE

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$

2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$

3.  $\neg f \vee g \vee h$

4.  $c$

5.  $a$

6.  $d$

7.  $\neg e$

8.  $\neg h$

9.  $\neg g$  négation de la  
conclusion

10. 2 et 5

11. 2 et 6

12. 2 et 7

13. 3 et 8

14. 3 et 9

15. 12 et 13

$\neg d \vee e \vee f$

$\neg a \vee e \vee f$

$\neg a \vee \neg d \vee f$

$\neg f \vee g$

$\neg f \vee h$

$\neg a \vee \neg d \vee g$

## EXEMPLE

- |                                       |              |                             |
|---------------------------------------|--------------|-----------------------------|
| 1. $\neg a \vee \neg b \vee c$        | 10. 2 et 5   | $\neg d \vee e \vee f$      |
| 2. $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$ | 11. 2 et 6   | $\neg a \vee e \vee f$      |
| 3. $\neg f \vee g \vee h$             | 12. 2 et 7   | $\neg a \vee \neg d \vee f$ |
| 4. c                                  | 13. 3 et 8   | $\neg f \vee g$             |
| 5. a                                  | 14. 3 et 9   | $\neg f \vee h$             |
| 6. d                                  | 15. 12 et 13 | $\neg a \vee \neg d \vee g$ |
| 7. $\neg e$                           | 16. 5 et 15  |                             |
| 8. $\neg h$                           |              |                             |
| 9. $\neg g$ négation de la conclusion |              |                             |

## EXEMPLE

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$

2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$

3.  $\neg f \vee g \vee h$

4.  $c$

5.  $a$

6.  $d$

7.  $\neg e$

8.  $\neg h$

9.  $\neg g$  négation de la  
conclusion

10. 2 et 5

11. 2 et 6

12. 2 et 7

13. 3 et 8

14. 3 et 9

15. 12 et 13

16. 5 et 15

$\neg d \vee e \vee f$

$\neg a \vee e \vee f$

$\neg a \vee \neg d \vee f$

$\neg f \vee g$

$\neg f \vee h$

$\neg a \vee \neg d \vee g$

$\neg d \vee g$



## EXEMPLE

- |                                       |              |                             |
|---------------------------------------|--------------|-----------------------------|
| 1. $\neg a \vee \neg b \vee c$        | 10. 2 et 5   | $\neg d \vee e \vee f$      |
| 2. $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$ | 11. 2 et 6   | $\neg a \vee e \vee f$      |
| 3. $\neg f \vee g \vee h$             | 12. 2 et 7   | $\neg a \vee \neg d \vee f$ |
| 4. c                                  | 13. 3 et 8   | $\neg f \vee g$             |
| 5. a                                  | 14. 3 et 9   | $\neg f \vee h$             |
| 6. d                                  | 15. 12 et 13 | $\neg a \vee \neg d \vee g$ |
| 7. $\neg e$                           | 16. 5 et 15  | $\neg d \vee g$             |
| 8. $\neg h$                           | 17. 6 et 16  |                             |
| 9. $\neg g$ négation de la conclusion |              |                             |

## EXEMPLE

- |                                       |              |                             |
|---------------------------------------|--------------|-----------------------------|
| 1. $\neg a \vee \neg b \vee c$        | 10. 2 et 5   | $\neg d \vee e \vee f$      |
| 2. $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$ | 11. 2 et 6   | $\neg a \vee e \vee f$      |
| 3. $\neg f \vee g \vee h$             | 12. 2 et 7   | $\neg a \vee \neg d \vee f$ |
| 4. c                                  | 13. 3 et 8   | $\neg f \vee g$             |
| 5. a                                  | 14. 3 et 9   | $\neg f \vee h$             |
| 6. d                                  | 15. 12 et 13 | $\neg a \vee \neg d \vee g$ |
| 7. $\neg e$                           | 16. 5 et 15  | $\neg d \vee g$             |
| 8. $\neg h$                           | 17. 6 et 16  | g                           |
| 9. $\neg g$ négation de la conclusion |              |                             |

## EXEMPLE

1.  $\neg a \vee \neg b \vee c$

2.  $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$

3.  $\neg f \vee g \vee h$

4.  $c$

5.  $a$

6.  $d$

7.  $\neg e$

8.  $\neg h$

9.  $\neg g$  négation de la  
conclusion

10. 2 et 5

11. 2 et 6

12. 2 et 7

13. 3 et 8

14. 3 et 9

15. 12 et 13

16. 5 et 15

17. 6 et 16

18. 9 et 17

$\neg d \vee e \vee f$

$\neg a \vee e \vee f$

$\neg a \vee \neg d \vee f$

$\neg f \vee g$

$\neg f \vee h$

$\neg a \vee \neg d \vee g$

$\neg d \vee g$

$g$

## EXEMPLE

- |                                       |              |                             |
|---------------------------------------|--------------|-----------------------------|
| 1. $\neg a \vee \neg b \vee c$        | 10. 2 et 5   | $\neg d \vee e \vee f$      |
| 2. $\neg a \vee \neg d \vee e \vee f$ | 11. 2 et 6   | $\neg a \vee e \vee f$      |
| 3. $\neg f \vee g \vee h$             | 12. 2 et 7   | $\neg a \vee \neg d \vee f$ |
| 4. c                                  | 13. 3 et 8   | $\neg f \vee g$             |
| 5. a                                  | 14. 3 et 9   | $\neg f \vee h$             |
| 6. d                                  | 15. 12 et 13 | $\neg a \vee \neg d \vee g$ |
| 7. $\neg e$                           | 16. 5 et 15  | $\neg d \vee g$             |
| 8. $\neg h$                           | 17. 6 et 16  | g                           |
| 9. $\neg g$ négation de la conclusion | 18. 9 et 17  | <b>FALSE</b>                |

- Le langage de la logique est très expressif
- Il exprime ce qui est vrai et ne dit pas comment l'utiliser
- Cependant, les assistants de preuve par résolution ne sont pas très efficaces (cependant au cependant, **Coq**)
- La résolution peut devenir exponentielle en temps et en espace
- En pratique :
  - Limiter le langage
  - Simplifier les algorithmes de preuve
- Systèmes à base de règles
- Programmation logique (ex : **Prolog**)

Logique propositionnelle :

- Définitions : variable propositionnelle, littéral, clause, FNC
- Preuves : règle de résolution, FNC, à la main et sans tautologies, c'est long
- Algorithmique : recherche en largeur (divergence), recherche Shortest-Clause (convergence)

Réduction de la complexité de calcul ?

### Définition (Clause de Horn)

Une **clause de Horn** est une clause qui possède **au plus** un littéral positif. Exemple :  $\neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee s$ .

**Équivalence** :  $\neg p_1 \vee \neg p_2 \vee \dots \vee \neg p_n \vee q \equiv (p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n) \rightarrow q$ .  
Les  $p_i$  sont les **prémises** de la **conséquence**  $q$ .

On ne **peut pas** conclure un littéral négatif :  $p \rightarrow \neg q$ .

On ne **peut pas** conclure une disjonction :  $p_1 \wedge p_2 \rightarrow q_1 \vee q_2$ .



**Attention** : ne s'applique qu'aux clauses de Horn.

**Attention** : ne s'applique qu'aux clauses de Horn.

**Principe** : appliquer toute règle dont les prémisses sont validées par la base des énoncés et ajouter ses conclusions à la base des énoncés jusqu'à ce que la conclusion soit satisfaite.

**Attention** : ne s'applique qu'aux clauses de Horn.

**Principe** : appliquer toute règle dont les prémisses sont validées par la base des énoncés et ajouter ses conclusions à la base des énoncés jusqu'à ce que la conclusion soit satisfaite.

**Attention** : on veut la conclusion, pas la négation de la conclusion.

## EXEMPLE

1.  $p \rightarrow q$

2.  $(l \wedge m) \rightarrow p$

3.  $(b \wedge l) \rightarrow m$

4.  $(a \wedge p) \rightarrow l$

5.  $(a \wedge b) \rightarrow l$

6.  $a$

7.  $b$

Prouver  $q$

## EXEMPLE

1.  $p \rightarrow q$
2.  $(l \wedge m) \rightarrow p$
3.  $(b \wedge l) \rightarrow m$
4.  $(a \wedge p) \rightarrow l$
5.  $(a \wedge b) \rightarrow l$
6.  $a$
7.  $b$

Prouver  $q$

1.  $p \rightarrow q$
2.  $(l \wedge m) \rightarrow p$
3.  $(b \wedge l) \rightarrow m$
4.  $(a \wedge p) \rightarrow l$
5.  $(a \wedge b) \rightarrow l$
6.  $a$
7.  $b$

—————

## EXEMPLE

1.  $p \rightarrow q$
2.  $(l \wedge m) \rightarrow p$
3.  $(b \wedge l) \rightarrow m$
4.  $(a \wedge p) \rightarrow l$
5.  $(a \wedge b) \rightarrow l$
6.  $a$
7.  $b$

Prouver  $q$

1.  $p \rightarrow q$
2.  $(l \wedge m) \rightarrow p$
3.  $(b \wedge l) \rightarrow m$
4.  $(a \wedge p) \rightarrow l$
5.  $(a \wedge b) \rightarrow l$
6.  $a$
7.  $b$

8.  $l$

6  $\wedge$  7 et 5

## EXEMPLE

1.  $p \rightarrow q$
2.  $(l \wedge m) \rightarrow p$
3.  $(b \wedge l) \rightarrow m$
4.  $(a \wedge p) \rightarrow l$
5.  $(a \wedge b) \rightarrow l$
6.  $a$
7.  $b$

Prouver  $q$

1.  $p \rightarrow q$
  2.  $(l \wedge m) \rightarrow p$
  3.  $(b \wedge l) \rightarrow m$
  4.  $(a \wedge p) \rightarrow l$
  5.  $(a \wedge b) \rightarrow l$
  6.  $a$
  7.  $b$
- 
8.  $l$  6  $\wedge$  7 et 5
  9.  $m$  7  $\wedge$  8 et 3

## EXEMPLE

1.  $p \rightarrow q$
2.  $(l \wedge m) \rightarrow p$
3.  $(b \wedge l) \rightarrow m$
4.  $(a \wedge p) \rightarrow l$
5.  $(a \wedge b) \rightarrow l$
6.  $a$
7.  $b$

Prouver  $q$

1.  $p \rightarrow q$
  2.  $(l \wedge m) \rightarrow p$
  3.  $(b \wedge l) \rightarrow m$
  4.  $(a \wedge p) \rightarrow l$
  5.  $(a \wedge b) \rightarrow l$
  6.  $a$
  7.  $b$
- 
8.  $l$  6  $\wedge$  7 et 5
  9.  $m$  7  $\wedge$  8 et 3
  10.  $p$  8  $\wedge$  9 et 2



## EXEMPLE

1.  $p \rightarrow q$
2.  $(l \wedge m) \rightarrow p$
3.  $(b \wedge l) \rightarrow m$
4.  $(a \wedge p) \rightarrow l$
5.  $(a \wedge b) \rightarrow l$
6.  $a$
7.  $b$

Prouver  $q$

1.  $p \rightarrow q$
  2.  $(l \wedge m) \rightarrow p$
  3.  $(b \wedge l) \rightarrow m$
  4.  $(a \wedge p) \rightarrow l$
  5.  $(a \wedge b) \rightarrow l$
  6.  $a$
  7.  $b$
- 
8.  $l$  6  $\wedge$  7 et 5
  9.  $m$  7  $\wedge$  8 et 3
  10.  $p$  8  $\wedge$  9 et 2
  11.  $q$  10 et 1

# ALGORITHME : CHÂINAGE AVANT

**Algorithme** : Chainage\_avant (BF (base de faits), BR (base de règles (R)), F (fait que l'on cherche à établir))

**tant que** ( $F \notin BF$ ) ET ( $\exists R \in BR$  applicable) **faire**

· Choisir une règle applicable R

·  $BR = BR - R$

désactivation de R

·  $BF = BF \cup \text{conclusion}(R)$

déclenchement de la règle R,  
conclusion de R ajoutée à la base de faits

**si**  $F \in BF$  **alors**

| F est établi

**sinon**

└ F n'est pas établi

Base de règles :

R1 : si Bénédicte et Denis et Etienne viennent alors Farida vient

R2 : si Gérard et Denis viennent alors Amélie vient

R3 : si Coralie et Farida viennent alors Amélie vient

R4 : Si Bénédicte alors Xavier vient

R5 : si Xavier et Amélie viennent alors Herman vient

R6 : si Coralie alors Denis vient

R7 : si Xavier et Coralie viennent alors Amélie vient

R8 : si Xavier et Bénédicte viennent alors Denis vient

Base de faits = {Bénédicte , Coralie}

1. Est-ce que les règles de la base de règles sont sous forme de clause de Horn ?
2. Saturer la base de faits avec les règles en suivant l'algorithme de chaînage avant.
3. Herman fait-il partie de la base de faits saturée ?

On peut envisager la recherche de preuve dans l'autre sens :

- On part de ce que l'on veut prouver, et on cherche quelles pourraient en être les prémisses.
- On remonte ainsi jusqu'aux énoncés de la base d'énoncés donnée.
- On construit ainsi un arbre de déduction inverse.

Pour prouver un littéral  $\alpha$  :

1. Empiler  $\alpha$  sur la pile.
2. Répéter les actions suivantes jusqu'à ce que la pile soit vide ou que les actions ne soient plus possibles :
  - i. Dépiler le littéral  $\lambda$  le plus haut dans la pile.
  - ii. Choisir un énoncé dont  $\lambda$  est la conséquence. Si aucune correspondance, **FAIL**.
  - iii. Empiler les prémisses de cet énoncé (dans l'ordre) sur la pile.

**Éviter les boucles infinies** : vérifier si  $\lambda$  est déjà dans la pile.

**Éviter de répéter des traitements** : vérifier si  $\lambda$  est déjà vrai (cela a été prouvé) OU déjà faux.

## EXEMPLE

1.  $p \rightarrow q$

2.  $(l \wedge m) \rightarrow p$

3.  $(b \wedge l) \rightarrow m$

4.  $(a \wedge p) \rightarrow l$

5.  $(a \wedge b) \rightarrow l$

6.  $a$

7.  $b$

Prouver  $q$

## EXEMPLE

1.  $p \rightarrow q$

2.  $(l \wedge m) \rightarrow p$

3.  $(b \wedge l) \rightarrow m$

4.  $(a \wedge p) \rightarrow l$

5.  $(a \wedge b) \rightarrow l$

6.  $a$

7.  $b$

Prouver  $q$

1.  $p \rightarrow q$

2.  $(l \wedge m) \rightarrow p$

3.  $(b \wedge l) \rightarrow m$

4.  $(a \wedge p) \rightarrow l$

5.  $(a \wedge b) \rightarrow l$

6.  $a$

7.  $b$



## EXEMPLE

1.  $p \rightarrow q$
2.  $(l \wedge m) \rightarrow p$
3.  $(b \wedge l) \rightarrow m$
4.  $(a \wedge p) \rightarrow l$
5.  $(a \wedge b) \rightarrow l$
6.  $a$
7.  $b$

Prouver  $q$

1.  $p \rightarrow q$
2.  $(l \wedge m) \rightarrow p$
3.  $(b \wedge l) \rightarrow m$
4.  $(a \wedge p) \rightarrow l$
5.  $(a \wedge b) \rightarrow l$
6.  $a$
7.  $b$

—————

[q]

## EXEMPLE

1.  $p \rightarrow q$
2.  $(l \wedge m) \rightarrow p$
3.  $(b \wedge l) \rightarrow m$
4.  $(a \wedge p) \rightarrow l$
5.  $(a \wedge b) \rightarrow l$
6.  $a$
7.  $b$

Prouver  $q$

- |                                 |       |     |
|---------------------------------|-------|-----|
| 1. $p \rightarrow q$            |       |     |
| 2. $(l \wedge m) \rightarrow p$ |       |     |
| 3. $(b \wedge l) \rightarrow m$ |       |     |
| 4. $(a \wedge p) \rightarrow l$ |       |     |
| 5. $(a \wedge b) \rightarrow l$ |       |     |
| 6. $a$                          |       |     |
| 7. $b$                          |       | [q] |
|                                 | ————— |     |
| 8. $p$                          | 1     | [p] |

## EXAMPLE

1.  $p \rightarrow q$
2.  $(l \wedge m) \rightarrow p$
3.  $(b \wedge l) \rightarrow m$
4.  $(a \wedge p) \rightarrow l$
5.  $(a \wedge b) \rightarrow l$
6.  $a$
7.  $b$

Prouver  $q$

- |                                 |   |       |
|---------------------------------|---|-------|
| 1. $p \rightarrow q$            |   |       |
| 2. $(l \wedge m) \rightarrow p$ |   |       |
| 3. $(b \wedge l) \rightarrow m$ |   |       |
| 4. $(a \wedge p) \rightarrow l$ |   |       |
| 5. $(a \wedge b) \rightarrow l$ |   |       |
| 6. $a$                          |   |       |
| 7. $b$                          |   | [q]   |
| <hr/>                           |   |       |
| 8. $p$                          | 1 | [p]   |
| 9. $l \wedge m$                 | 2 | [l,m] |

## EXEMPLE

1.  $p \rightarrow q$
2.  $(l \wedge m) \rightarrow p$
3.  $(b \wedge l) \rightarrow m$
4.  $(a \wedge p) \rightarrow l$
5.  $(a \wedge b) \rightarrow l$
6.  $a$
7.  $b$

Prouver  $q$

- |                                 |   |                |
|---------------------------------|---|----------------|
| 1. $p \rightarrow q$            |   |                |
| 2. $(l \wedge m) \rightarrow p$ |   |                |
| 3. $(b \wedge l) \rightarrow m$ |   |                |
| 4. $(a \wedge p) \rightarrow l$ |   |                |
| 5. $(a \wedge b) \rightarrow l$ |   |                |
| 6. $a$                          |   |                |
| 7. $b$                          |   | [q]            |
| <hr/>                           |   |                |
| 8. $p$                          | 1 | [p]            |
| 9. $l \wedge m$                 | 2 | [l,m]          |
| 10. $b \wedge l$                | 3 | [l, <b>b</b> ] |

## EXEMPLE

1.  $p \rightarrow q$
2.  $(l \wedge m) \rightarrow p$
3.  $(b \wedge l) \rightarrow m$
4.  $(a \wedge p) \rightarrow l$
5.  $(a \wedge b) \rightarrow l$
6.  $a$
7.  $b$

Prouver  $q$

- |                                 |   |       |
|---------------------------------|---|-------|
| 1. $p \rightarrow q$            |   |       |
| 2. $(l \wedge m) \rightarrow p$ |   |       |
| 3. $(b \wedge l) \rightarrow m$ |   |       |
| 4. $(a \wedge p) \rightarrow l$ |   |       |
| 5. $(a \wedge b) \rightarrow l$ |   |       |
| 6. $a$                          |   |       |
| 7. $b$                          |   | [q]   |
| <hr/>                           |   |       |
| 8. $p$                          | 1 | [p]   |
| 9. $l \wedge m$                 | 2 | [l,m] |
| 10. $b \wedge l$                | 3 | [l,b] |
| 11. $a \wedge b$                | 5 | [a,b] |

Base de règles :

R1 : si Bénédicte et Denis et Etienne viennent alors Farida vient

R2 : si Gérard et Denis viennent alors Amélie vient

R3 : si Coralie et Farida viennent alors Amélie vient

R4 : Si Bénédicte vient alors Xavier vient

R5 : si Xavier et Amélie viennent alors Herman vient

R6 : si Coralie vient alors Denis vient

R7 : si Xavier et Coralie viennent alors Amélie vient

R8 : si Xavier et Bénédicte viennent alors Denis vient

Base de faits = {Bénédicte , Coralie}

4. En utilisant un algorithme de chaînage arrière, déterminer quelle suite d'applications de règles permettent de prouver que Herman doit être invité.

Une tablette de chocolat bon marché c'est rare, tout ce qui est rare est cher.

Donc le chocolat bon marché c'est cher.

# LOGIQUE DES PRÉDICATS

---