Formalismes de Représentation et Raisonnements

Algorithme d'unification – un exemple

Énoncé : Soient f, g, h, n des symboles de fonctions et x, y, z, v des variables. Écrire l'exécution de l'algorithme d'unification sur les termes suivants :

$$s = f\big(h(x, y), g(x)\big) \text{ et } t = f\big(h(n(y), h(z, z)), v\big)$$

Résolution : $\mathcal{U}$ est une file. On commence avec $\mathcal{U} = \Big\{\Big(s, t\Big)\Big\} = \Big\{\Big(f\big(h(x, y), g(x)\big), f\big(h(n(y), h(z, z)), v\big)\Big)\Big\}$ et $\sigma = [\,]$.

$$\sigma = [\,] \qquad \mathcal{U} = \Big\{\Big(f\big(h(x, y), g(x)\big), f\big(h(n(y), h(z, z)), v\big)\Big)\Big\}$$

On ne peut pas appliquer `suppression`, car $f\big(h(x, y), g(x)\big) \neq f\big(h(n(y), h(z, z)), v\big)$. Comme $f\big(h(x, y), g(x)\big)$ et $f\big(h(n(y), h(z, z)), v\big)$ sont le résultat de l'application de la même fonction f au même nombre d'arguments (2 arguments), on peut appliquer la `décomposition`.

1 – Décomposition On supprime $\Big(f\big(h(x, y), g(x)\big), f\big(h(n(y), h(z, z)), v\big)\Big)$ de $\mathcal{U}$. On ajoute dans $\mathcal{U}$ les couples $\Big(h(x, y), h(n(y), h(z, z))\Big)$ et $\Big(g(x), v\Big)$.

$$\sigma = [\,] \qquad \mathcal{U} = \Big\{\Big(h(x, y), h\big(n(y), h(z, z)\big)\Big), \Big(g(x), v\Big)\Big\}$$

On s'intéresse maintenant au premier couple présent dans $\mathcal{U}$: $\Big(h(x, y), h\big(n(y), h(z, z)\big)\Big)$. On ne peut pas appliquer `suppression`, car $h(x, y) \neq h\big(n(y), h(z, z)\big)$. Comme $h(x, y)$ et $h\big(n(y), h(z, z)\big)$ sont le résultat de l'application de la même fonction h au même nombre d'arguments (2 arguments), on peut appliquer la `décomposition`.

2 – Décomposition On supprime $\Big(h(x, y), h\big(n(y), h(z, z)\big)\Big)$ de $\mathcal{U}$. On ajoute dans $\mathcal{U}$ les couples $\Big(x, n(y)\Big)$ et $\Big(y, h(z, z)\Big)$. Comme $\mathcal{U}$ est modélisé par une file, on ajoute les nouveaux couples à la suite des couples déjà présents dans $\mathcal{U}$ (on ajoute donc « par la droite »).

$$\sigma = [\,] \qquad \mathcal{U} = \Big\{\Big(g(x), v\Big), \Big(x, n(y)\Big), \Big(y, h(z, z)\Big)\Big\}$$

On s'intéresse maintenant au premier couple présent dans $\mathcal{U}$: $\Big(g(x), v\Big)$. On ne peut pas appliquer `suppression`, car $g(x) \neq v$. On ne peut pas appliquer `décomposition` car $g(x)$ est le résultat de l'application de la fonction g alors que v est une variable. Comme v est une variable, $g(x) \neq v$, v n'est pas déjà modifié par σ (car $\sigma = [\,]$), et v n'apparait pas dans $\sigma(g(x)) = g(x)$, on peut appliquer `association`.

3 – Association On met à jour σ par $[\sigma(g(x))/v] \circ \sigma$.

$$\sigma := [\sigma(g(x))/v] \circ \sigma = [g(x)/v] \circ [\,] = [g(x)/v]$$

On supprime le couple $\Big(g(x), v\Big)$ de $\mathcal{U}$, puis on met à jour $\mathcal{U}$ en appliquant le nouveau σ.

$$\mathcal{U} = \Big\{\sigma(x, n(y)), \sigma(y, h(z, z))\Big\} = \Big\{\Big(x, n(y)\Big), \Big(y, h(z, z)\Big)\Big\}$$

On s'intéresse maintenant au premier couple présent dans $\mathcal{U}$: $\Big(x, n(y)\Big)$. On ne peut pas appliquer `suppression`, car $x \neq n(y)$. On ne peut pas appliquer `décomposition` car $n(y)$ est le résultat de l'application de la fonction n alors que x est une variable. Comme x est une variable, $n(y) \neq x$, x n'est pas déjà modifié par σ, et x n'apparait pas dans $\sigma(n(y)) = n(y)$, on peut appliquer `association`.

4 – Association On met à jour σ par $[\sigma(n(y))/x] \circ \sigma$.

$$\sigma := [\sigma(n(y))/x] \circ \sigma = [n(y)/x] \circ [g(x)/v] = [g(n(y))/v, n(y)/x]$$

On supprime le couple $\Big(x, n(y)\Big)$ de $\mathcal{U}$, puis on met à jour $\mathcal{U}$ en appliquant le nouveau σ.

$$\mathcal{U} = \Big\{\sigma(y, h(z, z))\Big\} = \Big\{\Big(y, h(z, z)\Big)\Big\}$$

On s'intéresse maintenant au premier couple présent dans $\mathcal{U}$: $\Big(y, h(z, z)\Big)$. On ne peut pas appliquer `suppression`, car $y \neq h(z, z)$. On ne peut pas appliquer `décomposition` car $h(z, z)$ est le résultat de l'application de la fonction h alors que y est une variable. Comme y est une variable, $h(z, z) \neq y$, y n'est pas déjà modifié par σ, et y n'apparait pas dans $\sigma(h(z, z)) = h(z, z)$, on peut appliquer `association`.

5 – Association On met à jour σ par $[\sigma(h(z, z))/y] \circ \sigma$.

$$\begin{aligned}\sigma := [\sigma(h(z, z))/y] \circ \sigma &= [h(z, z)/x] \circ [g(n(y))/v, n(y)/x] \\ &= [h(z, z)/y, g(n(h(z, z)))/v, n(h(z, z))/x]\end{aligned}$$

On supprime le couple $\Big(y, h(z, z)\Big)$ de $\mathcal{U}$. $\mathcal{U} = \emptyset$, ce qui termine l'exécution de l'algorithme.

Vérification

$$\sigma(s) = f(h(n(h(z, z)), h(z, z)), g(n(h(z, z))))$$
$$\sigma(t) = f(h(n(h(z, z)), h(z, z)), g(n(h(z, z))))$$