

Cours 3

Prétraitement

A. Belaïd

Plan

- **Prétraitement d'image**
 - Transformations géométriques
 - Affines
 - Polynomiales
 - Filtrage
 - Linéaire : convolution
 - Morphologique
 - Hough
 - Binarisation
 - Seuillage global
 - Seuillage local

Transformations géométriques

- **But**

- Réaliser une correction des distorsions provenant des artefacts de l'acquisition
- Opérations image à image

- **Formulation**

Les transformations géométriques peuvent être formulées de manière très générale.

- Soit $i(x,y)$ l'image d'origine et $i'(x',y')$ sa version distordue. Les deux images sont liées par les équations

$$x' = f_1(x,y) \quad y' = f_2(x,y)$$

- Le type de distorsion est caractérisé par le type de $f_1(.,.)$, $f_2(.,.)$
→ *Si on connaît f_1 et f_2 , on peut corriger l'image*

Transformations géométriques

- **Les transformations affines (linéaires)**

- Couvrent la translation, la mise à l'échelle (scaling), la rotation et l'inclinaison : peuvent être simplement représentées par la notation matricielle : **la connaissance des a_{ij} peut permettre la correction**

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$$

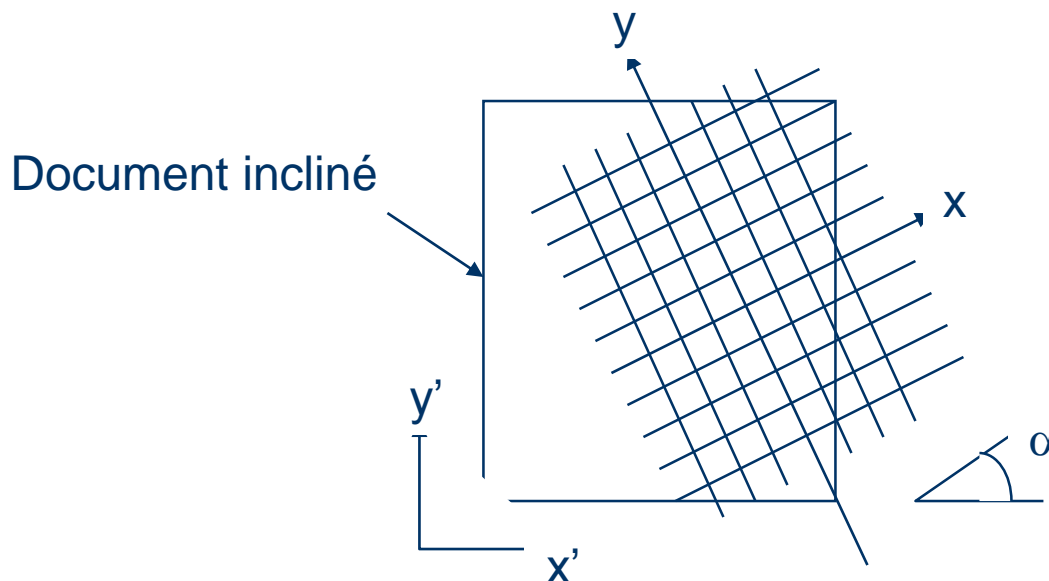
- **La table suivante résume les propriétés des transformations affines :**

Type	Propriétés	Signification
Translation	$a_{ii}=1 ; i=1,2 \quad a_{ij}=0 \quad i \neq j$	
Mise à l'échelle	$a_{12}= a_{21}=0$	
Rotation	$a_{11}= \cos \alpha \quad a_{12}= -\sin \alpha$ $a_{21}= \sin \alpha \quad a_{22}= \cos \alpha$	α : angle de rotation
Inclinaison-Biais	$a_{11}= 1 \quad a_{21}=\text{tg}\beta$ $a_{21}= 0 \quad a_{22}=1$	β : angle d'inclinaison

Transformations géométriques

Transformations affines

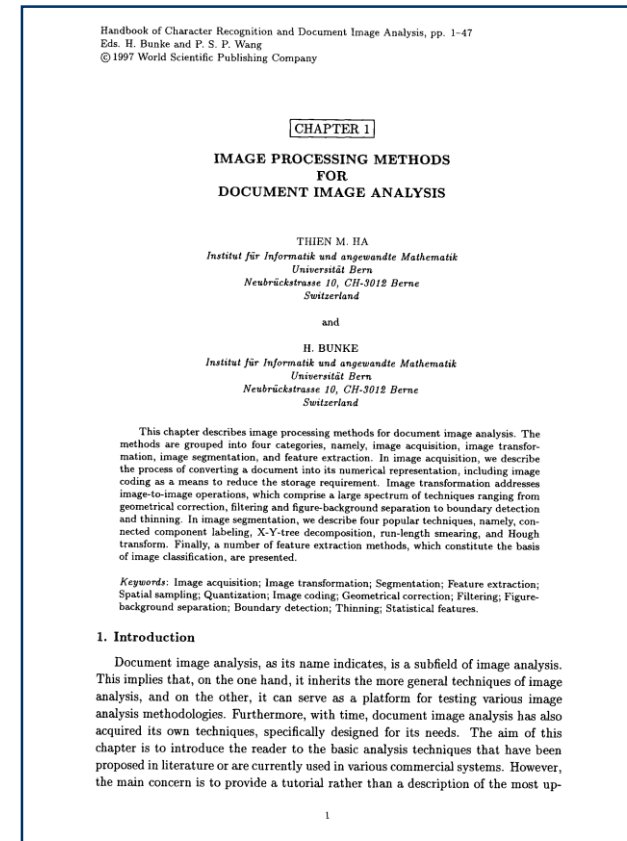
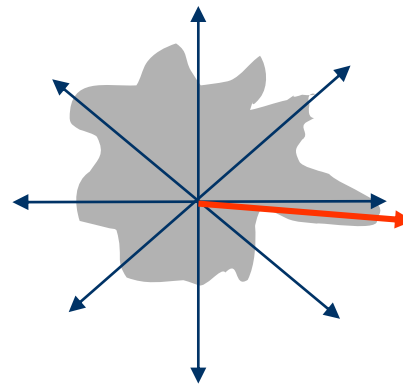
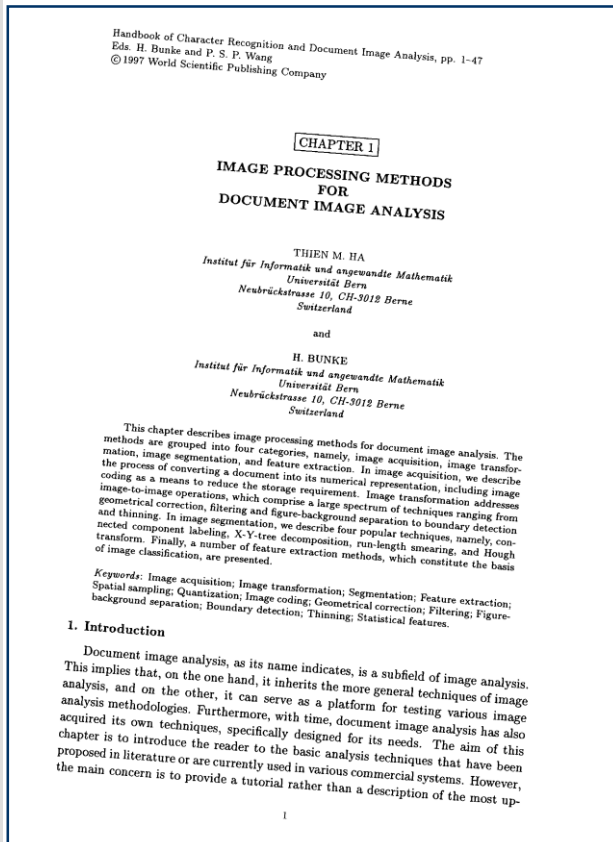
- **Exemple : Correction de l'inclinaison d'un document :**
 - Comme on ne connaît pas l'angle d'inclinaison (α), on projette l'image sur différents axes et on retient la direction qui maximise un critère d'alignement



Transformations géométriques

Transformations affines

– Résultat du redressement



- L'histogramme H pour un angle de projection α est :

$$\begin{aligned}
 H(y_l, \alpha) &= \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} i(x_k, y_l) \\
 &= \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} i'(\cos \alpha \cdot x_k - \sin \alpha \cdot y_l, \sin \alpha \cdot x_k + \cos \alpha \cdot y_l)
 \end{aligned}$$

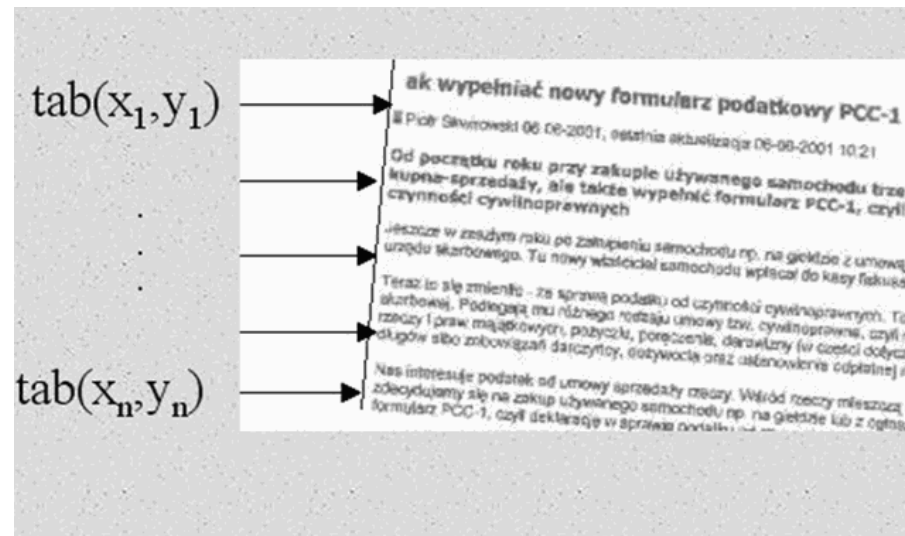
avec $i'(x'_k, y'_l) = 0$ si (x'_k, y'_l) est en dehors du document, et $i'(x'_k, y'_l) = i'(\text{round}(x'), \text{round}(y'_l))$ autrement. Ensuite, on définit le critère d'alignement $A(\alpha)$ en se basant sur la variation d'histogramme entre les lignes consécutives le long de la direction spécifiée par α comme suit :

$$A(\alpha) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} [H(y_l; \alpha) - H(y_{l+1}; \alpha)]^2$$

Cette différence au carré permet de faire ressortir l'angle car sinon, la somme de toutes les projections donnera toujours le même nombre. Finalement, l'angle d'inclinaison estimé est donné par : $\alpha^* = \arg \max A(\alpha)$

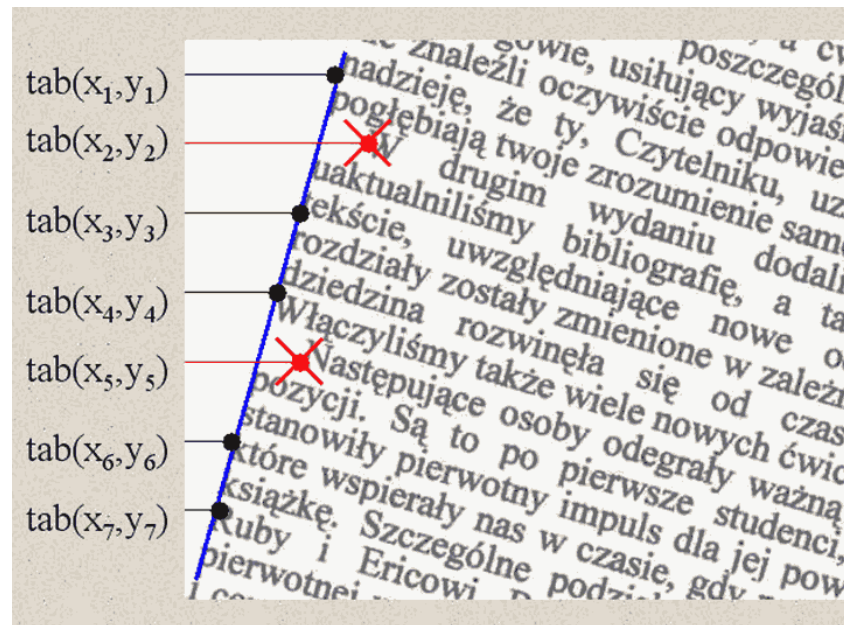
Correction de l'inclinaison

- L'approche de W. Bieniecki, S. Grabowski and W. Rozenberg,
 - « Image Preprocessing for Improving OCR Accuracy », MELSTECH'2007
 - Balayer l'image de gauche à droite
 - Calculer les points $tab(x_i, y_i)$ tel que $x_i < x_j$ pour tout $j = 1..n$, et $j > i$



Correction de l'inclinaison

- utiliser la droite des moindres carrés

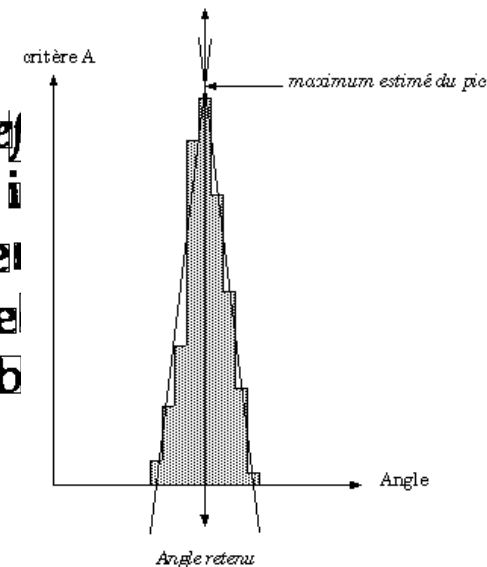
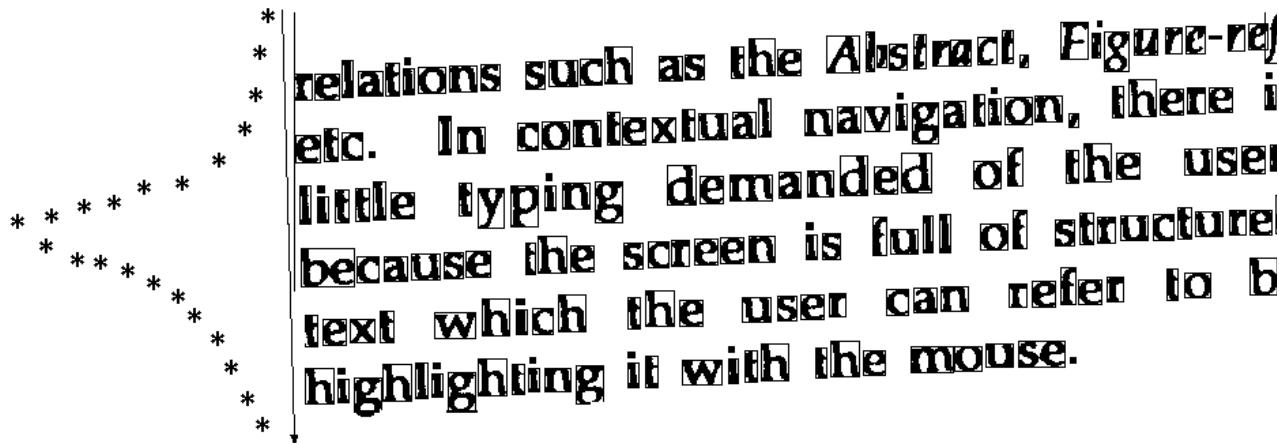


Les points noirs déterminent la frontière, les points rouges sont écartés

Correction de l'inclinaison

- L'approche de Baird

- Repose sur une pseudo-orientation de l'image
- L'image est segmentée en composantes connexes puis, l'inclinaison est estimée à partir du maximum d'une **fonction d'énergie**
- Des représentants (points) des composantes sont déterminés puis projetés perpendiculairement sur une droite d'accumulation dont on fait varier la direction



Correction de l'inclinaison

L'approche de Baird

- Les étapes

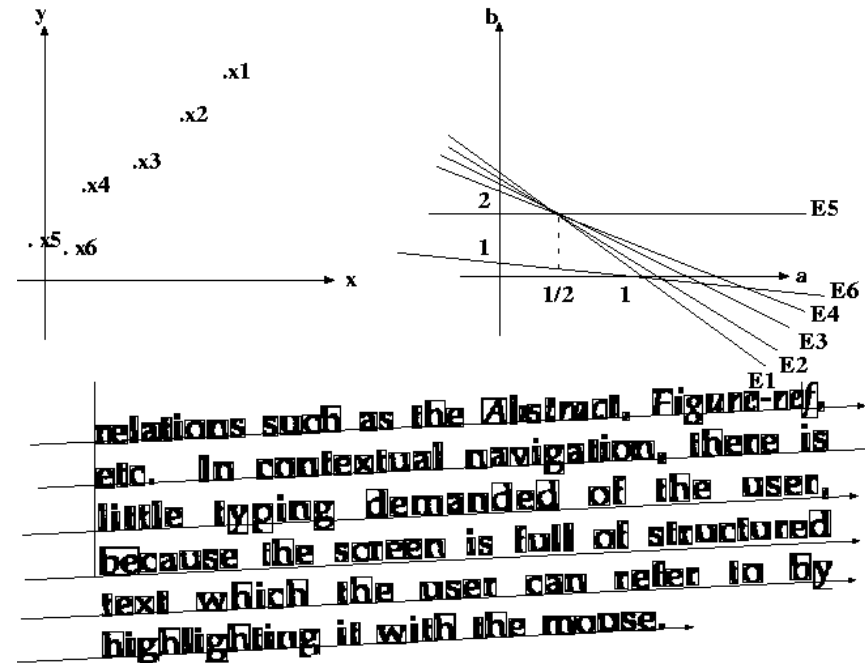
1. **Calcul des coordonnées** des points représentant les composantes connexes (**milieu de la base des composantes**)
2. **Estimation de l'inclinaison** : les points retenus sont projetés sur une droite d'accumulation dont on fait varier l'inclinaison θ . Pour chaque inclinaison θ , on évalue la mesure :

$$A(\theta) = \sum_{i=1}^n N_i^2(\theta)$$

- $N_i(\theta)$ est le nombre de points projetés en i sur la droite d'accumulation, à l'angle θ . En fait, la méthode procède par raffinements successifs autour de chaque θ retenu en faisant varier θ au départ avec un pas assez grand, puis en réduisant ce pas à chaque étape de raffinement. Cette technique permet une focalisation de plus en plus fine qui converge vers l'inclinaison du document
3. **Redressement de l'image** : les rectangles sont translatés, mais la bitmap à l'intérieur ne bouge pas. Le redressement est ainsi instantané

Correction de l'inclinaison

- La méthode de Hough
 - Projection de points (x,y) dans l'espace de paramètres (a,b)
 - Tous les points appartenant à la même droite forment un nuage de points
 - L'extraction de la droite revient à trouver ce nuage
 - La technique est allégée en ne projetant que quelques points très significatifs et en adoptant une technique dichotomique et rapide pour la recherche des nuages
 - Le redressement se fait point par point, ce que peut conduire à des déformations



Correction de l'inclinaison

Transformée de Hough

- **Problème fréquent**

- Lors d'extraction de primitives d'objet, l'extraction de droites appartenant à des silhouettes fermées, à bords rectilignes : parallélépipèdes...
 - pose problème
- Pareil pour la détection de courbes paramétriques : cercles, ellipses ...

- **Exemple**

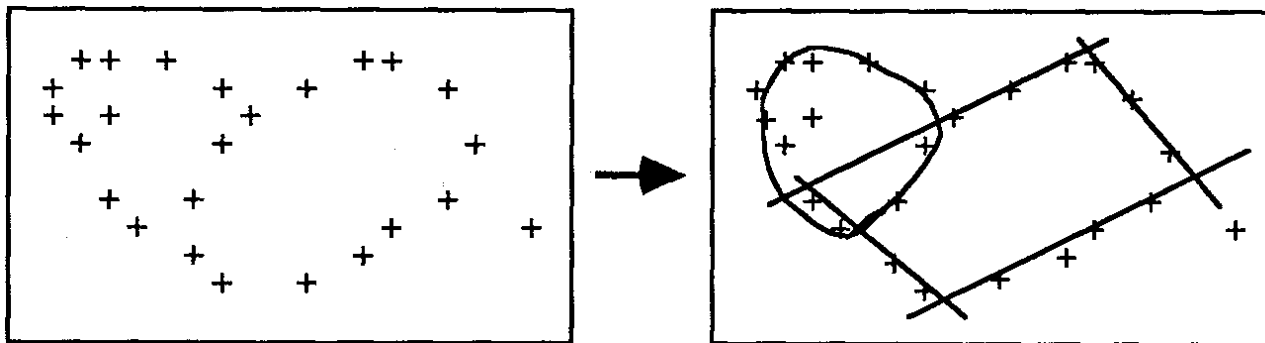


Image initiale

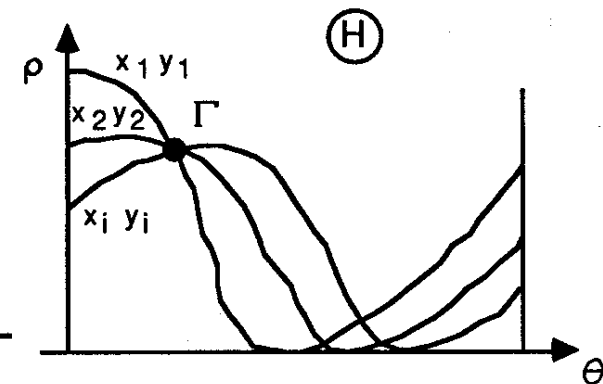
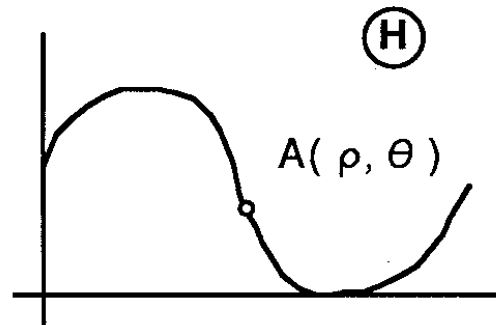
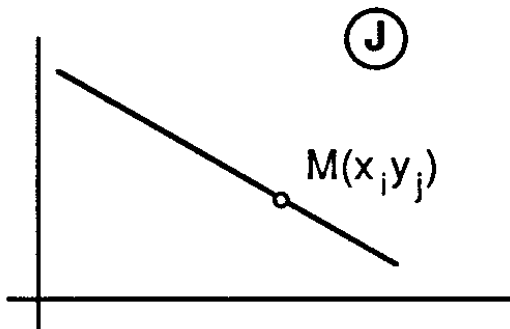
Les formes à détecter

Correction de l'inclinaison

Transformée de Hough

- On peut aussi projeter les points M dans le plan H : (ρ, θ) :
 - D'abord, chaque point $M(x_i, y_i)$ se retrouve en $A(\rho, \theta)$ appartenant à une sinusoïde dont les paramètres x_i, y_i sont des constantes

$$(2) \rho = x_i \cos\theta + y_i \sin\theta$$



Cas d'1 point projeté

Plusieurs points de D

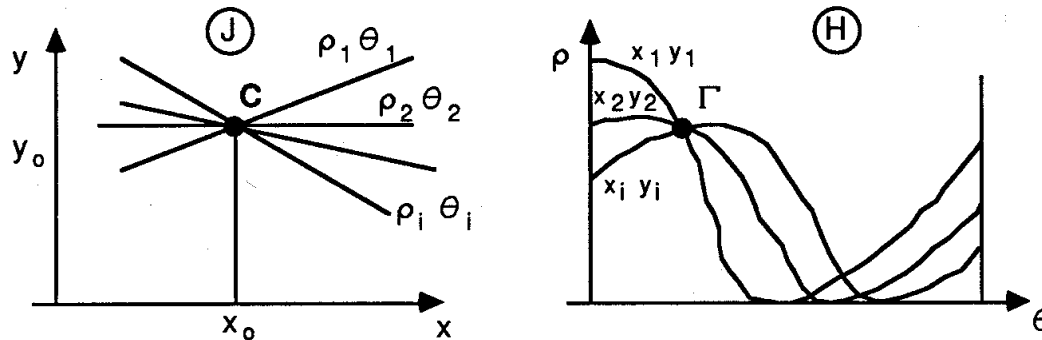
D'après la figure, toutes les sinusoïdes se croisent en un point : caractéristiques de D

Correction de l'inclinaison

Transformée de Hough

- Dualité

- Si l'ensemble $\{(\rho_1, \theta_1), (\rho_2, \theta_2), \dots, (\rho_n, \theta_n)\}$ est celui des points A dans H, tout point M de la transformée de S dans J est sur une droite passant par le point C de coordonnées (x_0, y_0)



Correction de l'inclinaison

Transformée de Hough

- Mise en oeuvre

- Faire un maillage du plan (ρ, θ) le plus fin possible afin de ne pas rater les points d'accumulation
 1. Quantifier le plan (H)
 - En ρ : $-x < \rho < +x$; on choisit un pas égal à y le plus proche possible du nombre de points estimés dans l'accumulation
 - En θ : $0 < \theta < 180^\circ$; on choisit un pas en fonction de la précision d'orientation estimée

Correction de l'inclinaison

Transformée de Hough

2. Créer l'accumulation :

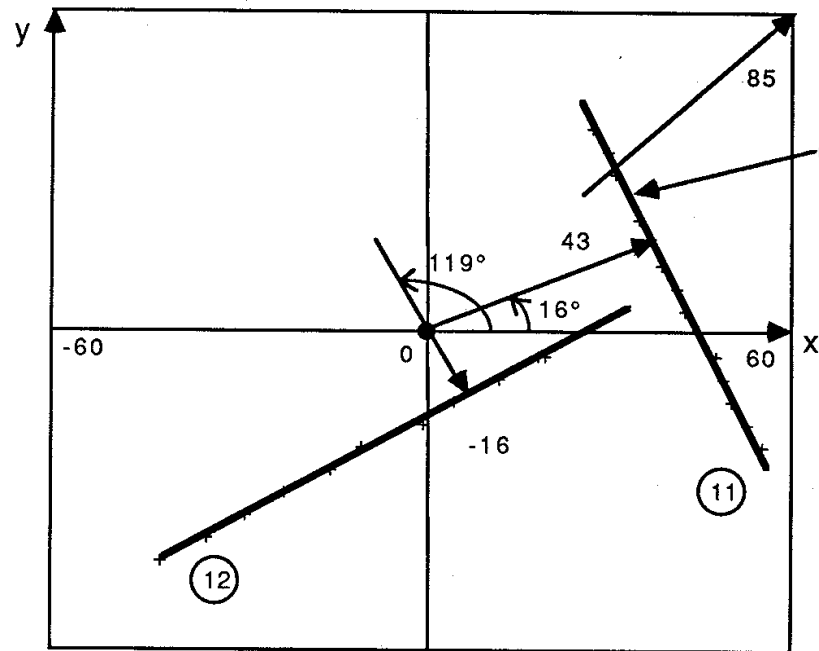
→ Pour chaque point (x_i, y_i) de (J) , on écrit :

$$f(\rho, \theta, x_i, y_i) = 0;$$

→ Cette équation donne les valeurs des cellules ou points de la sinusoïde

→ Ces valeurs sont rentrées dans une table appelée **accumulateur** (ρ, θ) : ACC

Exemples



Plan (J)

$\rho \backslash \theta$	0°	20°	40°	60°	80°	100°	120°	140°	160°	π
85							vide			
83										
0			11							
-83										
-85										

Table-Accumulateur

Correction de l'inclinaison

Transformée de Hough

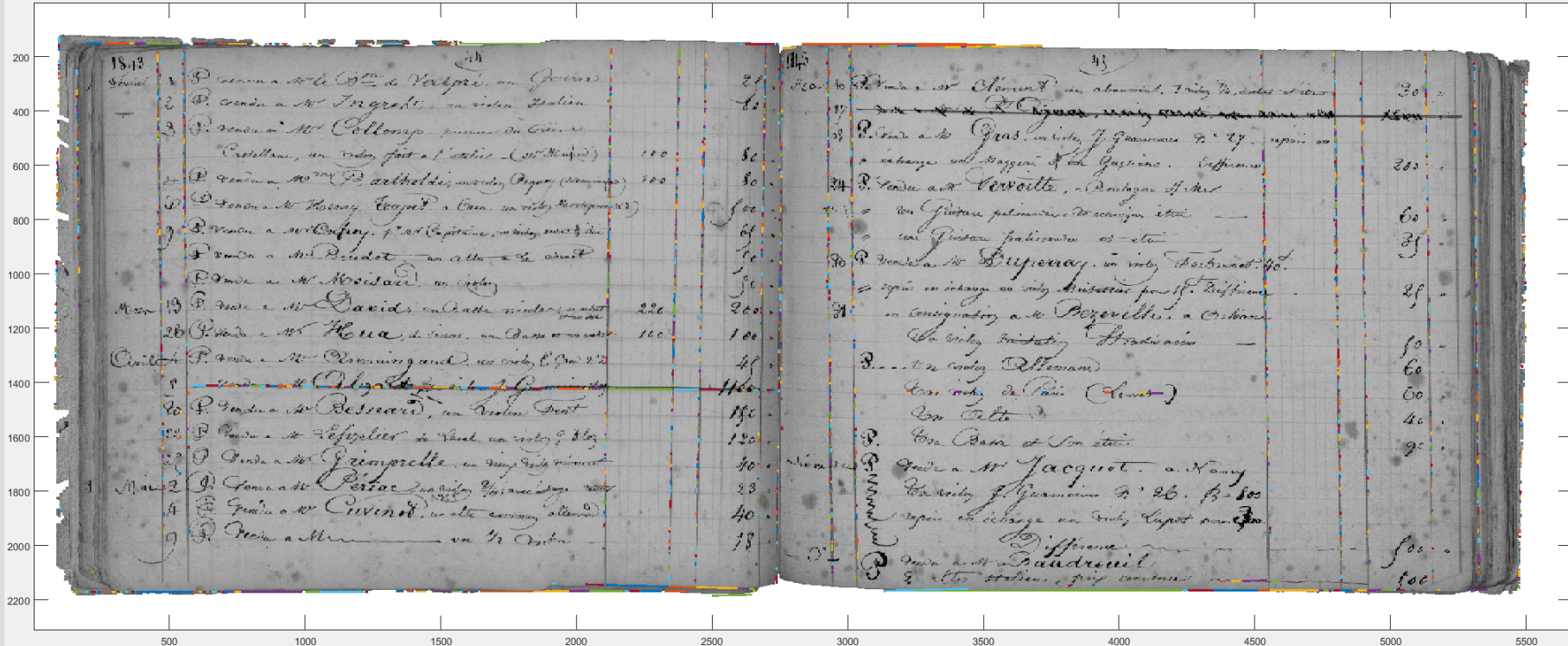
- Limitations :

- Les résultats sont sensibles à la quantification de (ρ, θ) :
 - plus fine est la quantification, meilleure est la résolution; mais le temps de calcul augmente
- Il existe des problèmes de contiguïté de deux droites
 - si deux droites sont quasi-parallèles et très voisines, elles sont difficiles à discerner
- Problème connexe :
 - un **amas** de points détectés en (x_i, y_i) induit des droites sans signification; il est alors utile de fixer des seuils sur k et d'introduire des probabilités de présence de points le long d'une droite

Exemple

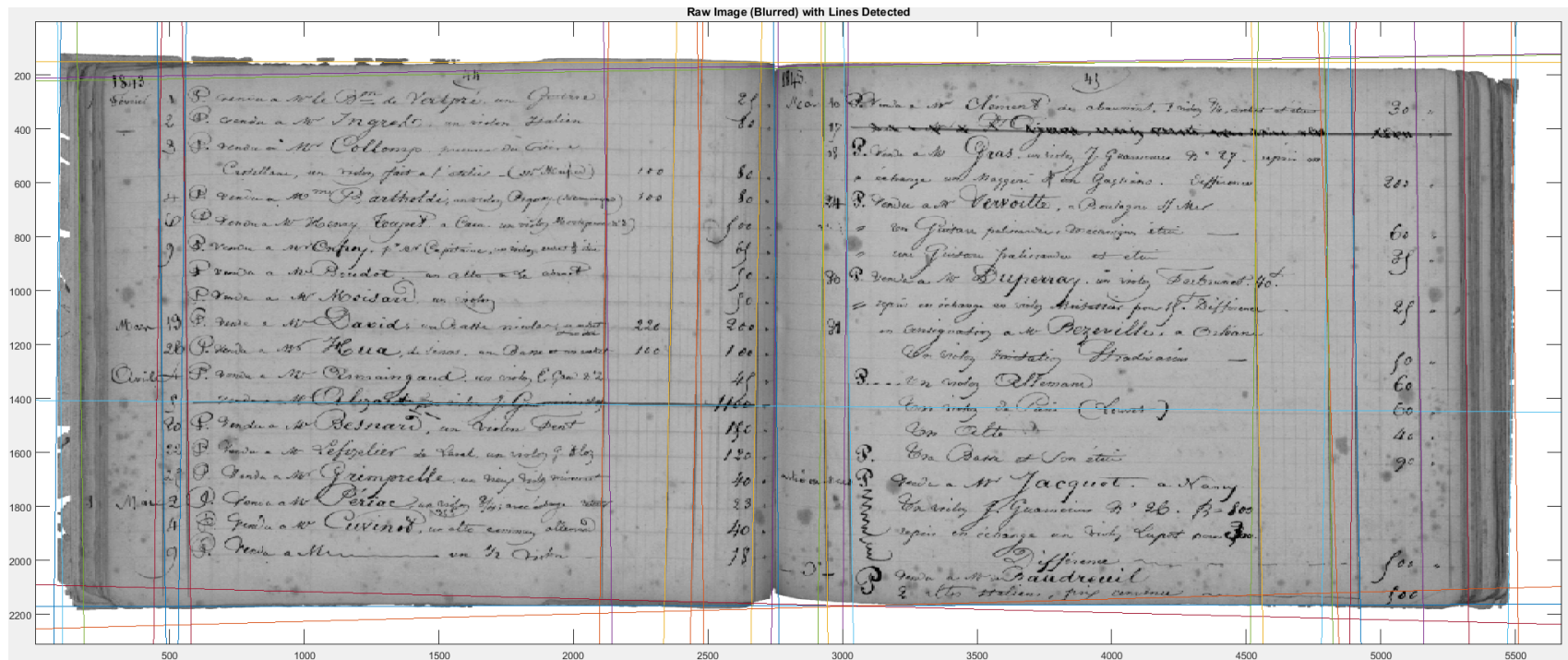
Extraction de lignes dans une image de niveau de gris : les **segments** :
InterfaceMatLab2/Hough_Grd

Raw Image with Line Segments Detected



Exemple

Extraction de lignes dans une image de niveau de gris : les lignes
InterfaceMatLab2/Hough_Grd



Correction de l'inclinaison

- Transformée de Fourier :
deskewing.m
 - Consiste à transformer l'image du domaine spatial au domaine fréquentiel et voir la direction de la fréquence de distribution
 - Souvent le texte est représenté par des lettres disposées en des rangées horizontales, ces rangées sont empilées les unes sous les autres, pour cela, la plupart de l'énergie dans le domaine fréquentiel doit être le long des rangées de lettres et perpendiculaires à celles-ci

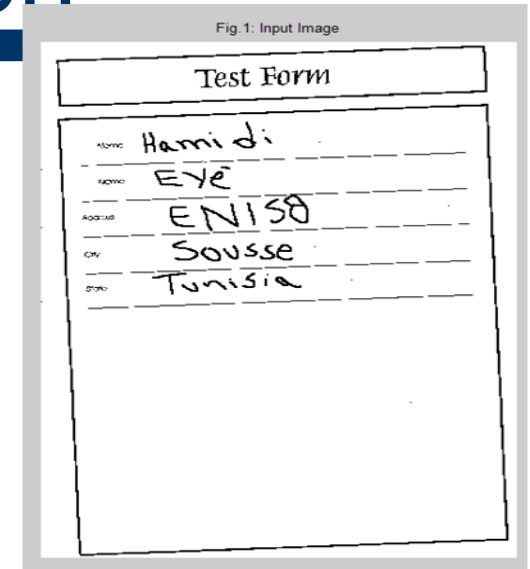


Image originale

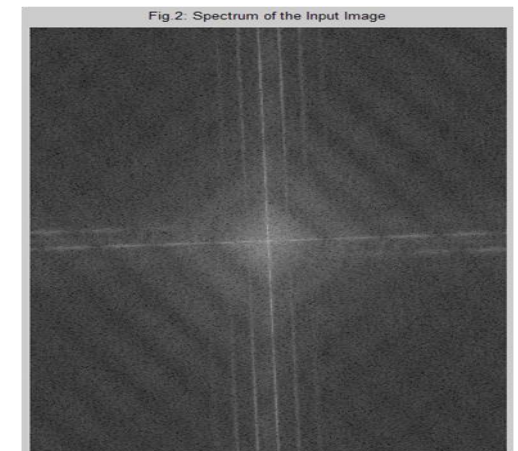
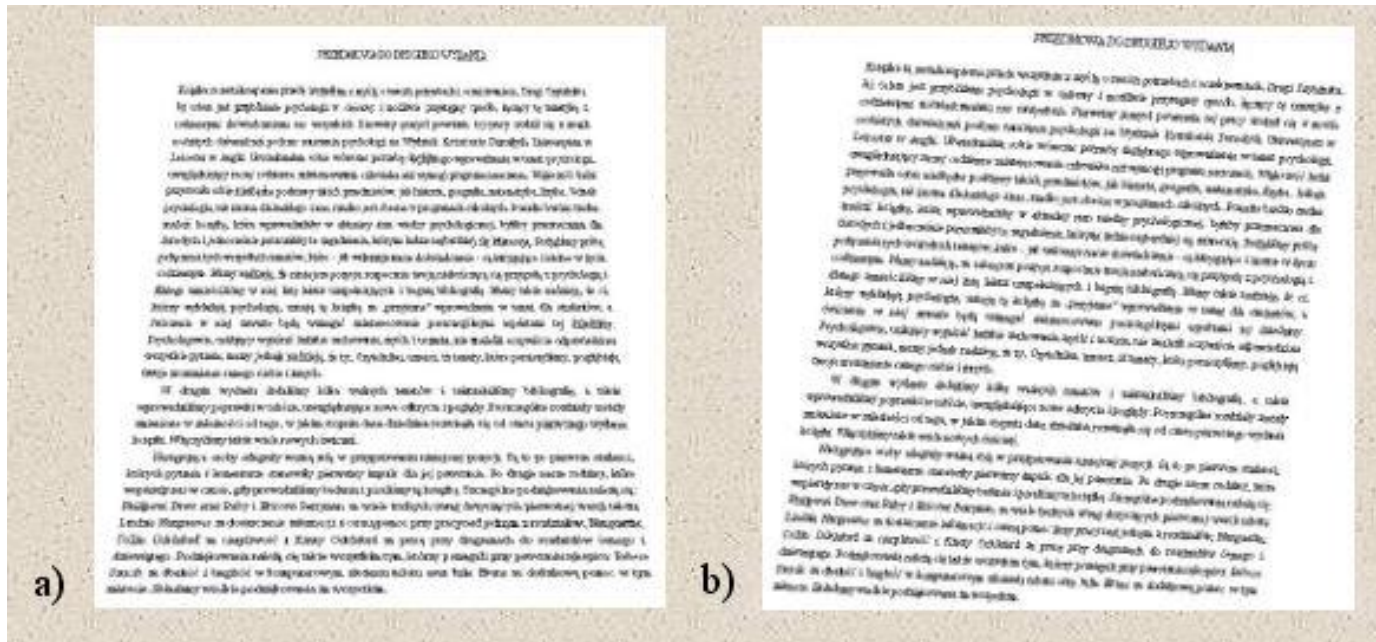


Image spectrale

Correction des perspectives

- **Problème**

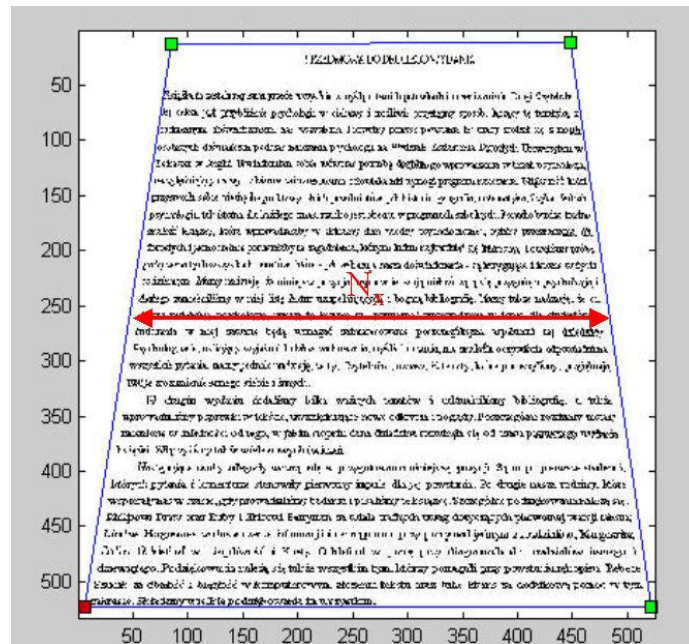
- Parfois, le dispositif d'acquisition d'image (notamment une caméra numérique) est positionné non orthogonalement à la feuille de papier. Par conséquent, la zone acquise n'est pas un rectangle, mais plutôt un trapèze ou un parallélogramme



Correction des perspectives

- Solution

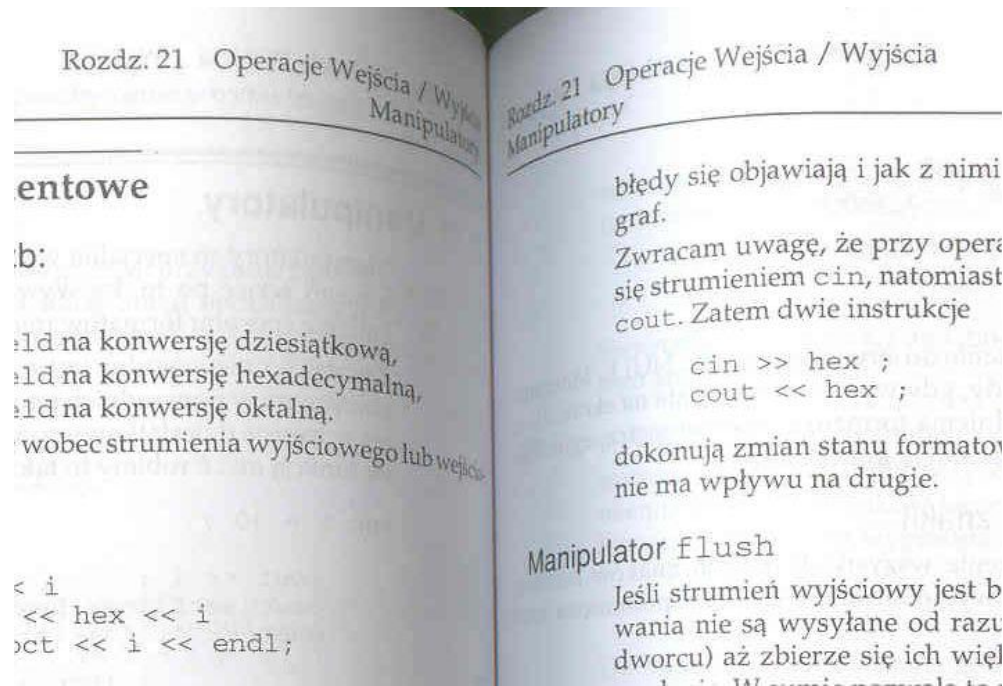
- La première étape vers la correction de perspective d'image indique le quadrilatère contenant la portée du texte. Cette opération peut être effectuée manuellement ou à l'aide de la technique de la section précédente.



Transformation non-linéaire d'image

- **Solution**

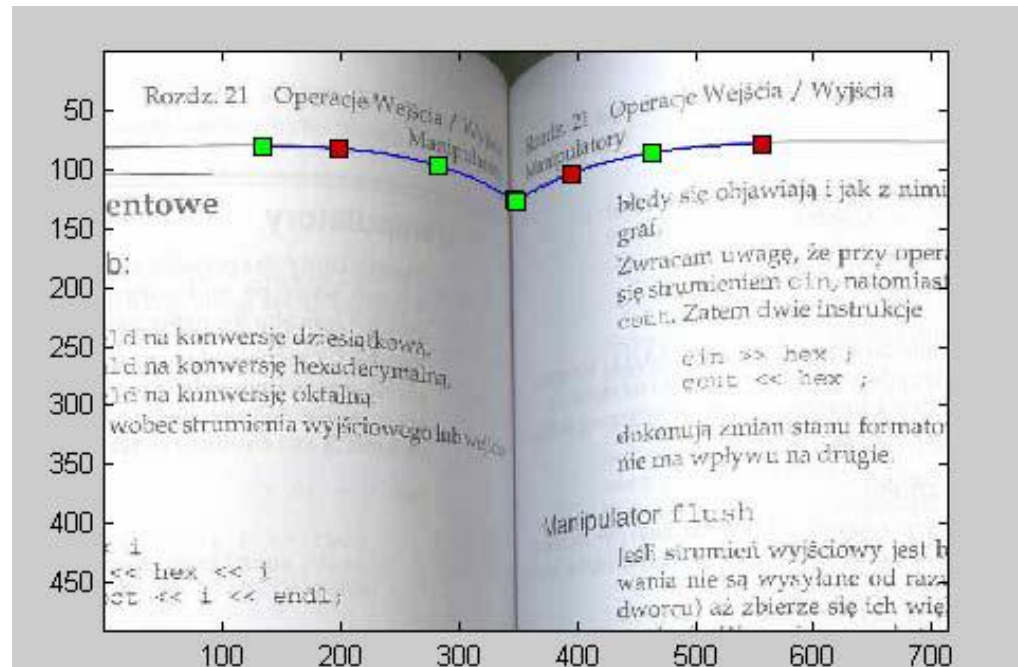
- La nécessité d'une transformation d'image non linéaire est facilement compréhensible si l'on regarde une photographie d'un livre ouvert
- Le système OCR échoue, parce que les lignes de texte sont courbes et près du centre, les lettres sont plus étroites



Transformation non-linéaire d'image

- Solution

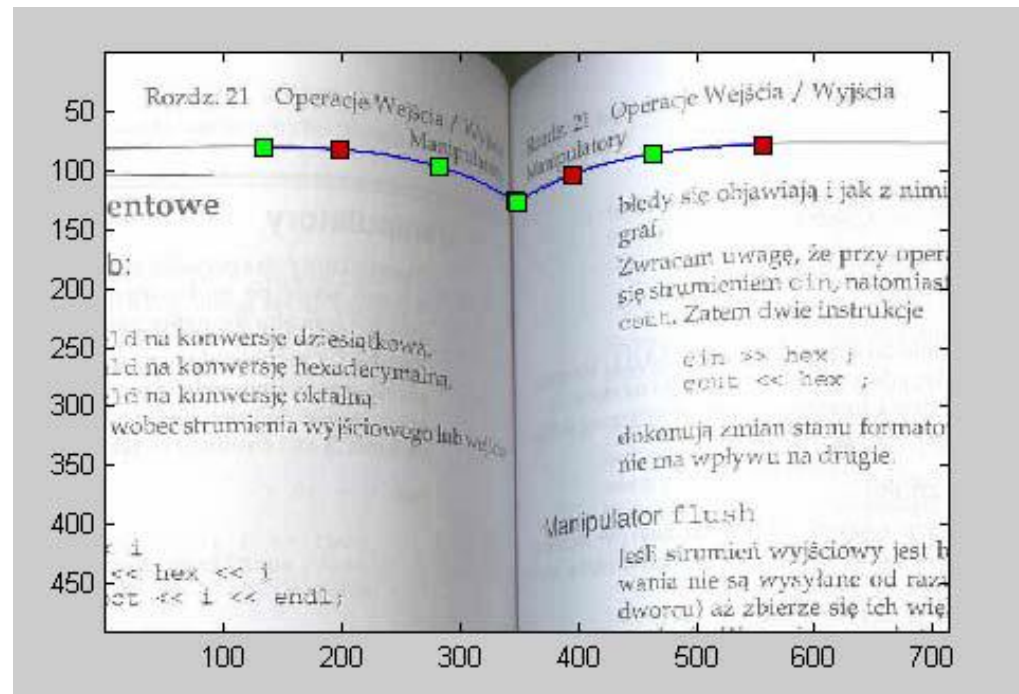
- La première étape vers la correction consiste à tracer les courbes délimitant les bords supérieur et inférieur de la zone de texte. Nous supposons que les frontières gauche et droite sont des droites. Nous interpolons les courbes en utilisant des splines avec quatre noeuds. Dans l'implémentation courante, les lignes sont ajustées manuellement.



Transformation non-linéaire d'image

- Solution

- La première étape vers la correction consiste à tracer les courbes délimitant les bords supérieur et inférieur de la zone de texte. Nous supposons que les frontières gauche et droite sont des droites. Nous interpolons les courbes en utilisant des splines avec quatre noeuds



Solution (suite)

Après avoir localisé la courbe supérieure et la courbe inférieure, la procédure de correction démarre.

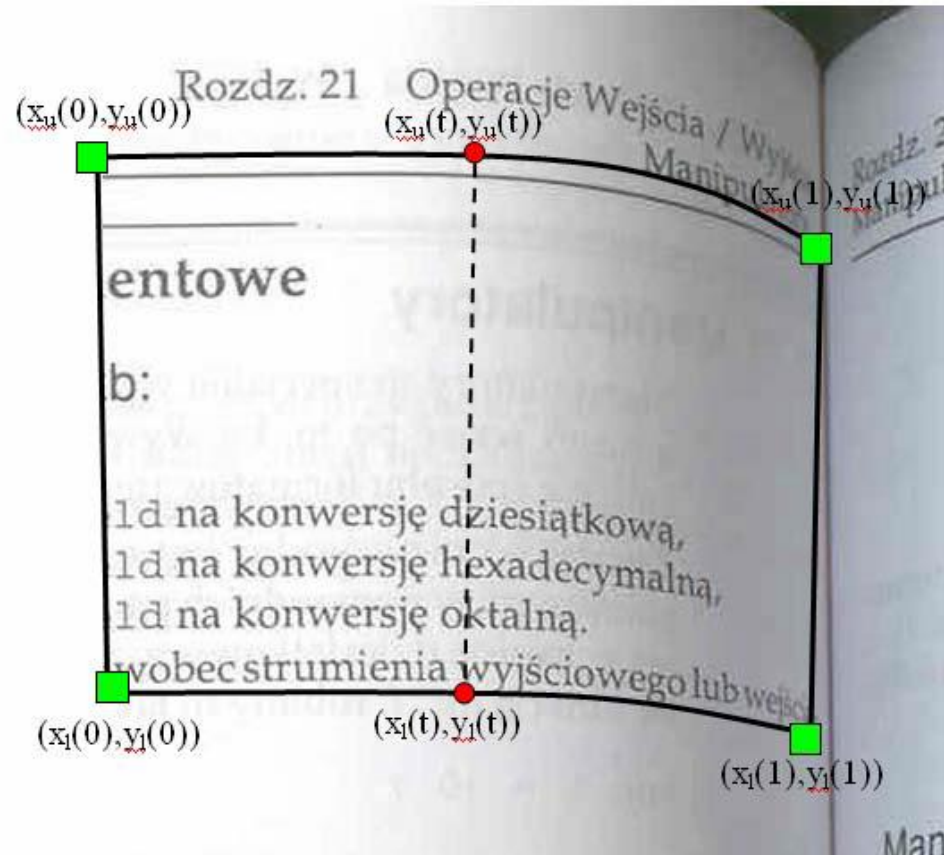
Chaque point de la courbe spline est décrit par le paramètre $t \in [0; 1]$

Pour une valeur spécifique t , on évalue la droite entre la courbe supérieure et la courbe inférieure

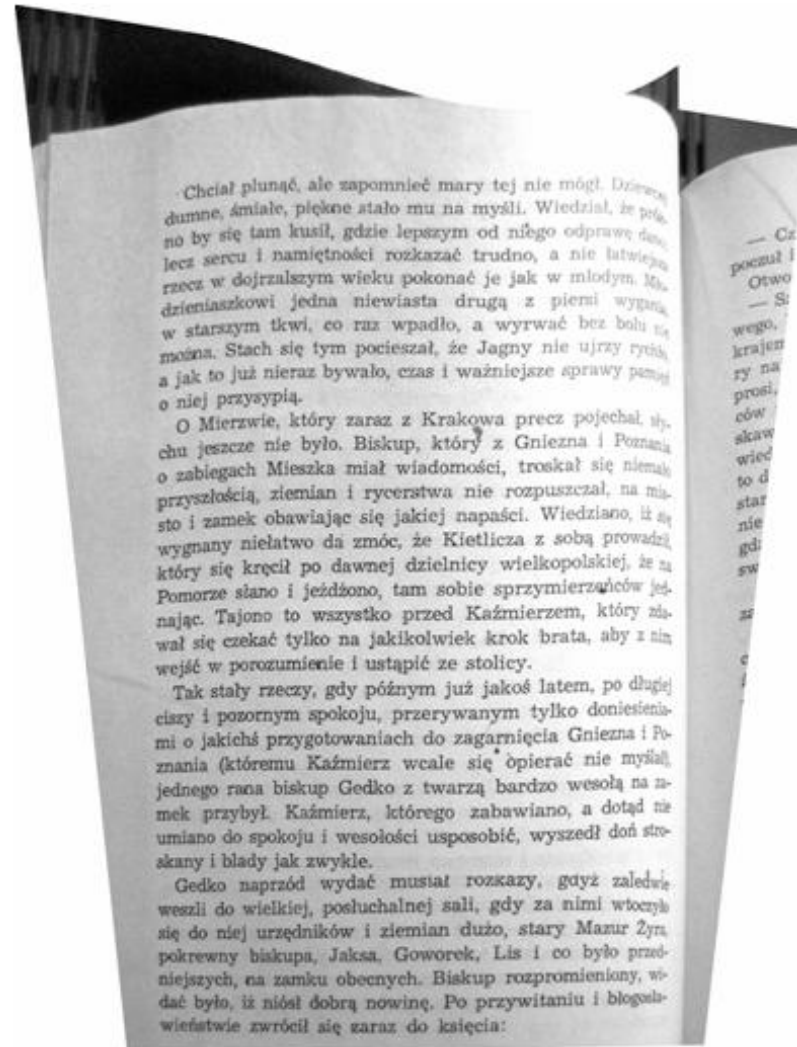
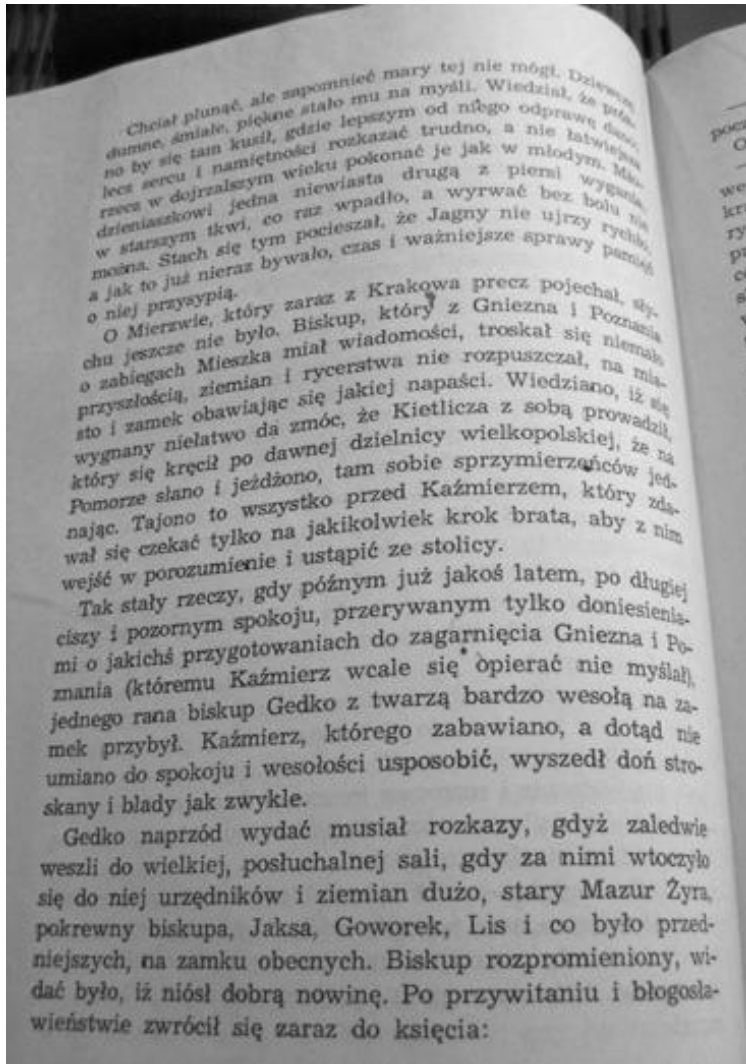
La longueur de la ligne entre les points de départ $(x_u(0), y_u(0))$ et $(x_t(0), y_t(0))$ est la hauteur du motif de la nouvelle image.

Chaque ligne $(x_u(t), y_u(t))$ est alors transformée en ligne perpendiculaire en utilisant les équations d'interpolation

Le résultat est une image rectangle créée.



Solution (suite) : résultat de l'image restaurée



Transformations géométriques

2^{ème} cas : Transformations polynomiales

- Utiles pour modéliser les distorsions dues au système optique :

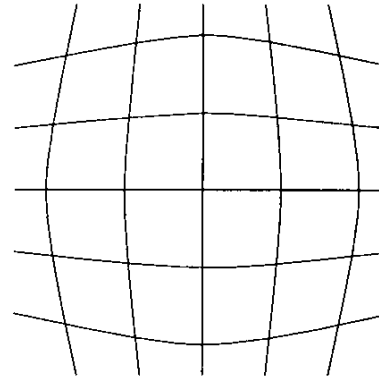
- Deux types de distorsions : les deux sont de type radial et s'expriment par le polynôme :

$$r' = C_m \cdot r + C_d \cdot r^3$$

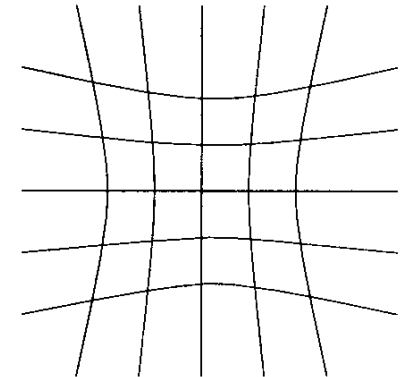
où

$$r' = \sqrt{x'^2 + y'^2}, r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

- C_m est le facteur de grossissement et C_d le coefficient de distorsion. C_d est négatif pour Barrel et positif pour Pincushion
- r^2 est nul dû à la symétrie du système optique : les rayons symétriques s'annulent dans le plan



Barrel Distortion



Pincushion Distortion

Effet de la distorsion de type baril

Einzahlung Giro PTT / Versement Virement PTT

Einzahlung für / Versement pour / Versamento per

8810 HORGEN

Zugunsten von / En faveur de / A favore di

RICHTERSWIL

Konto / Compte / Conto

Fr. C.

Bitte keine Mitteilungen an Pas de communications à Non aggiornate comunica

Giro aus Konto Virement du compte Girate dal conto

Einbezahlt von/

- Estimation de \mathbf{C}_m et \mathbf{C}_d
 - Solution : estimation par les moindres carrés :
 - La méthode opère en plusieurs étapes :
 - D'abord,
 - une grille de calibrage $i(x,y)$ est soumise au système d'acquisition, et une version distordue $i'(x',y')$ est acquise
 - Ensuite
 - un nombre NCP de points de contrôle sont choisis
 - N_{CP} doit être plus grand que le nombre de coefficients inconnus de l'équation
 - Enfin,
 - les correspondances $(x,y) \leftrightarrow (x',y')$, $j=1, \dots, N_{CP}$ sont déterminées
 - Finalement,
 - les coefficients inconnus \mathbf{C}_m et \mathbf{C}_d sont déterminées par la méthode des moindres carrés



Einzahlung Giro PTT	Versement Virement PTT
Einzahlung für / Versement pour / Versamento per [Redacted]	Bitte keine Mitteilungen an Pas de communications à Non aggrungete comunicat
8810 HORGEN Zugunsten von / En faveur de / A favore di [Redacted]	
RICHTERSWIL	Giro aus Konto Virement du compte Girata dal conto
Konto / Compte / Conto * [Redacted]	Referenz Nr. [Redacted]
Fr. [50] C. []	Einzahlung von / X:AAU

Einzahlung Giro PTT	Versement virement PTT
Einzahlung für / Versement pour / Versamento per [Redacted]	Bitte keine Mitteilungen Pas de communications Non aggrungete comunicat
8810 HORGEN Zugunsten von / En faveur de / A favore di [Redacted]	
RICHTERSWIL	Giro aus Konto Virement du compte Girata dal conto
Konto / Compte / Conto * [Redacted]	Referenz Nr. [Redacted]
Fr. [50] C. []	Einzahlung von / X:AAU

Déformation de type baril corrigée

Réduction du bruit

- **Origine**
 - Appareil d'écriture ou instrument d'écriture
- **Problèmes**
 - Coupures de segments,
 - Ouvertures des boucles,
 - Connexions de traits
- **Solution**
 - Filtrage

Filtrage d'image

- **Définition**

- Le filtrage d'image a pour but d'améliorer sa qualité
- Chaque filtre cherche à atténuer un type de défaut bien précis
 - Il n'y a pas de filtre universel capable de corriger tous les défauts
 - Il faut choisir les bons filtres suivant les défauts que l'on désire corriger
- Ce cours a pour but de vous présenter les principaux filtres utilisés en traitement d'image

© Les filtres usuels en traitement d'images par Xavier Philippeau

Filtrage

- Deux types de filtrage

- Filtrage global

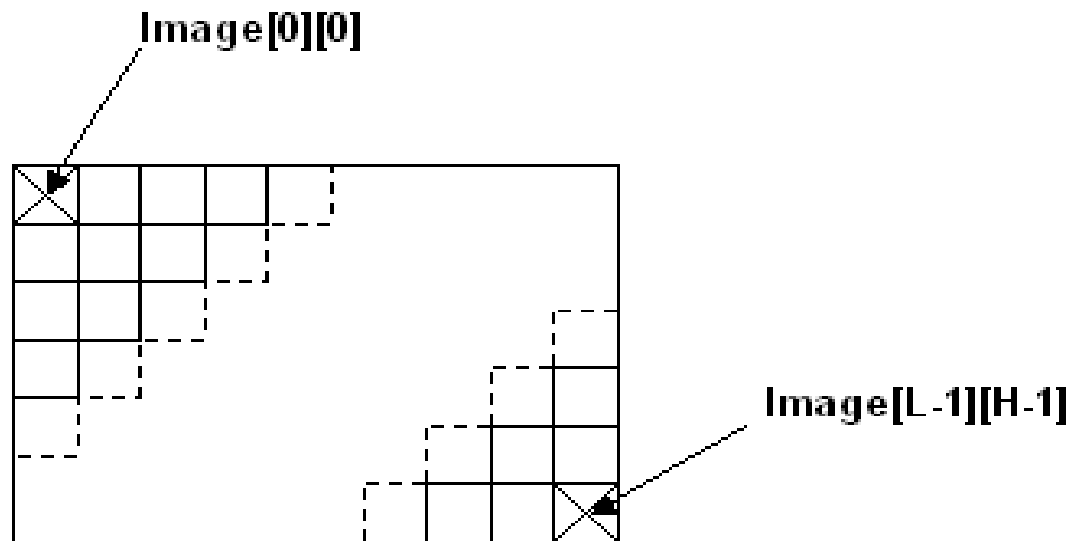
- Dans le filtrage global, chaque pixel de la nouvelle image est calculé en prenant en compte la totalité des pixels de l'image de départ
 - Dans cette catégorie on trouve, par exemple, les opérations sur les histogrammes ou les opérations qui nécessitent de passer dans l'espace de Fourier

- Filtrage local

- Dans le filtrage local, chaque pixel de la nouvelle image est calculé en prenant en compte seulement un voisinage du pixel correspondant dans l'image d'origine
 - Il est d'usage de choisir un voisinage carré et symétrique autour du pixel considéré
 - Ces voisinages sont donc assimilables à des tableaux à deux dimensions (matrices) de taille impaire

Filtrage Local

- Convention de représentation



Filtrage local

Voisinage 3×3 du pixel x,y

$$\begin{pmatrix} P_{x-1,y-1} & P_{x,y-1} & P_{x+1,y-1} \\ P_{x-1,y} & P_{x,y} & P_{x+1,y} \\ P_{x-1,y+1} & P_{x,y+1} & P_{x+1,y+1} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} P_{x-2,y-2} & P_{x-1,y-2} & P_{x,y-2} & P_{x+1,y-2} & P_{x+2,y-2} \\ P_{x-2,y-1} & P_{x-1,y-1} & P_{x,y-1} & P_{x+1,y-1} & P_{x+2,y-1} \\ P_{x-2,y} & P_{x-1,y} & P_{x,y} & P_{x+1,y} & P_{x+2,y} \\ P_{x-2,y+1} & P_{x-1,y+1} & P_{x,y+1} & P_{x+1,y+1} & P_{x+2,y+1} \\ P_{x-2,y+2} & P_{x-1,y+2} & P_{x,y+2} & P_{x+1,y+2} & P_{x+2,y+2} \end{pmatrix}$$

Voisinage 5×5 du pixel x,y

Filtrage

- Filtrage linéaire local

- Le filtre local est dit linéaire si la valeur du nouveau pixel est une combinaison linéaire des valeurs des pixels du voisinage

$$NouvelleValeur_{x,y} = \sum_{i,j} A_{i,j} * P_{x+i,y+j}$$

- *Combinaison linéaire des pixels du voisinage*, avec i,j variant entre $-h$ et $+h$,
- $h=1$ pour un voisinage de 3×3 , $h=2$ pour 5×5 , $h=1$, etc.
- $A_{i,j}$ = valeur entière ou réelle, coefficients spécifiques au filtre linéaire

Filtrage

- Normalisation

- Si la valeur obtenue n'est pas dans les limites imposées par le format d'image (entier(s) entre 0 et 255), alors la valeur doit être normalisée
- Le facteur de normalisation peut être facilement calculé en cherchant la valeur maximale (positive) et minimale (négative) que peut atteindre la combinaison linéaire

$$FacteurNormalisation = \left| \sum_{i,j} A_{i,j} \right|$$

Filtrage

- Noyau

- Il est d'usage de présenter les coefficients sous forme d'une matrice (appelée noyau de convolution) facilitant ainsi la mise en correspondance avec les valeurs du voisinage

$$\begin{pmatrix} A_{-1,-1} & A_{0,-1} & A_{1,-1} \\ A_{-1,0} & A_{0,0} & A_{1,0} \\ A_{-1,1} & A_{0,1} & A_{1,1} \end{pmatrix}$$

noyau de convolution 3x3

$$\begin{pmatrix} P_{x-1,y-1} & P_{x,y-1} & P_{x+1,y-1} \\ P_{x-1,y} & P_{x,y} & P_{x+1,y} \\ P_{x-1,y+1} & P_{x,y+1} & P_{x+1,y+1} \end{pmatrix}$$

Voisinage 3x3

Filtrage

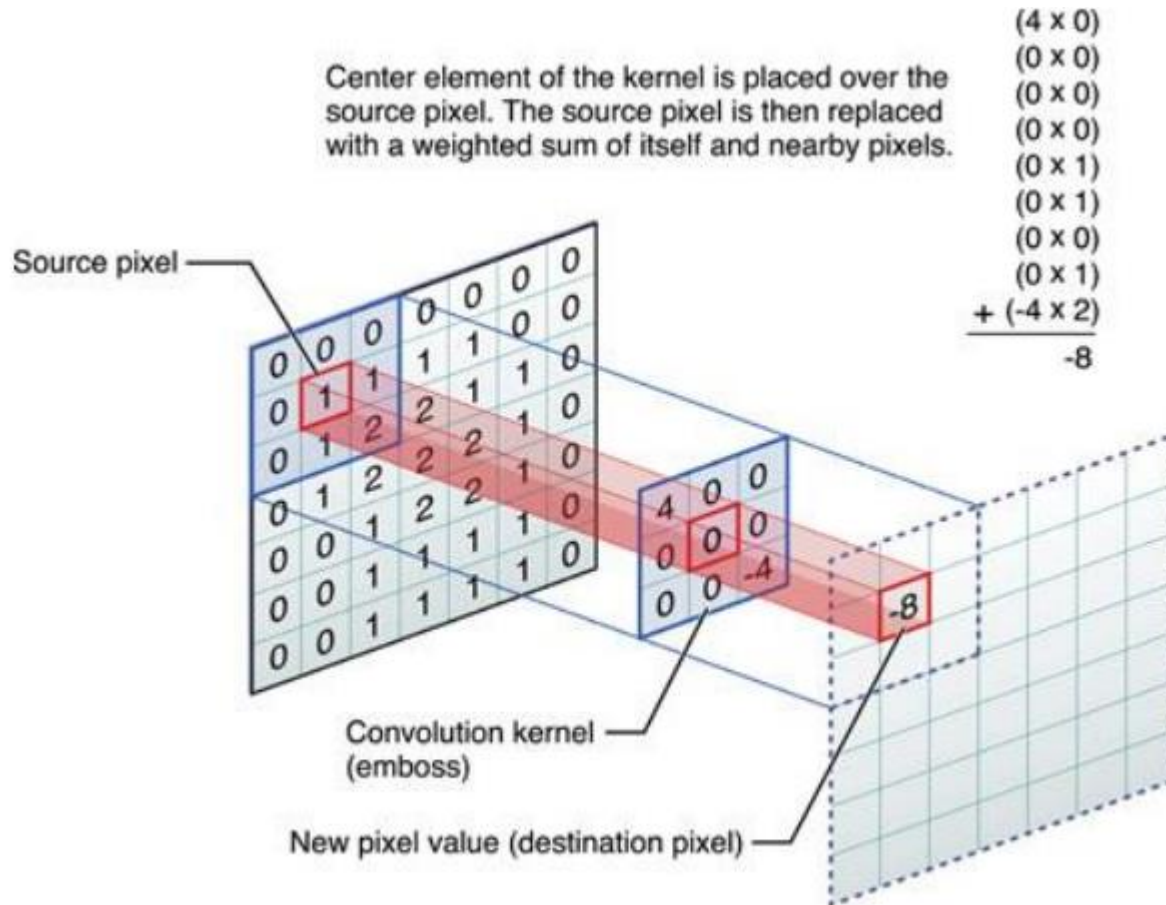
- Multiplication du noyau et du voisinage

$$\begin{pmatrix} A_{-1,-1} * P_{x-1,y-1} & A_{0,-1} * P_{x,y-1} & A_{1,-1} * P_{x+1,y-1} \\ A_{-1,0} * P_{x-1,y} & A_{0,0} * P_{x,y} & A_{1,0} * P_{x+1,0} \\ A_{-1,1} * P_{x-1,y+1} & A_{0,1} * P_{x,y+1} & A_{1,1} * P_{x+1,y+1} \end{pmatrix}$$

- La nouvelle valeur du pixel $P_{x,y}$ est alors la somme des éléments de la dernière matrice (au facteur de normalisation près)

Filtrage

- Multiplication du noyau et du voisinage



Filtrage local

- **Flou uniforme**

- Description : moyenne arithmétique des valeurs du voisinage

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Noyau

- **Flou gaussien**

- Description : Atténuation des changements brusques d'intensité
- Principe : Les pixels du voisinage qui sont proches du pixel central ont un poids plus fort (= plus d'influence) que ceux qui sont plus éloignés

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 26 & 16 & 4 \\ 7 & 26 & 41 & 26 & 7 \\ 4 & 16 & 26 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 7 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Noyau, normalisation
à 273

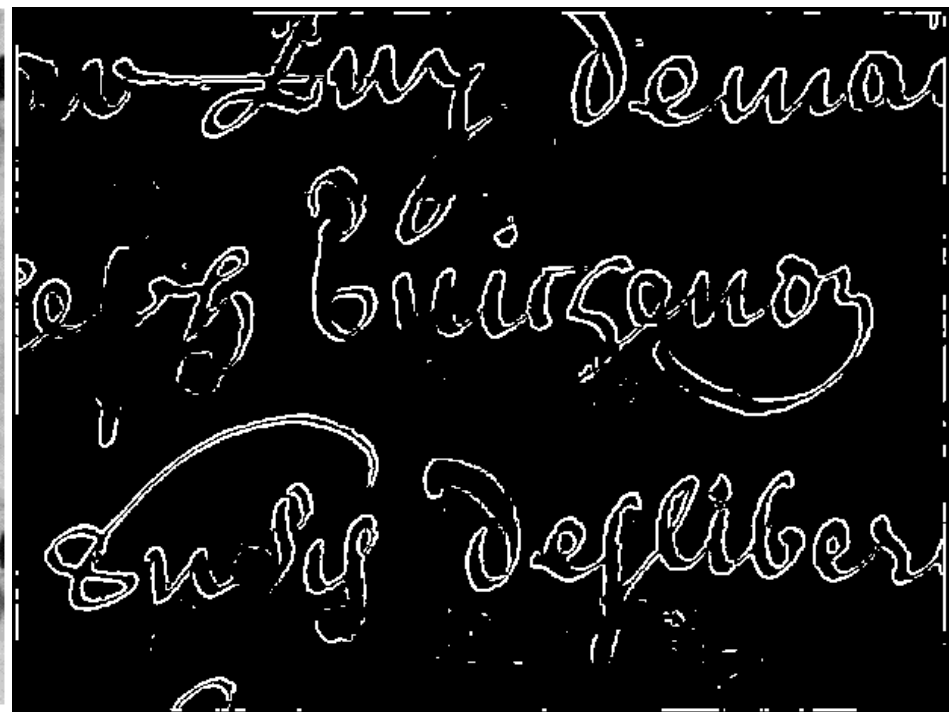
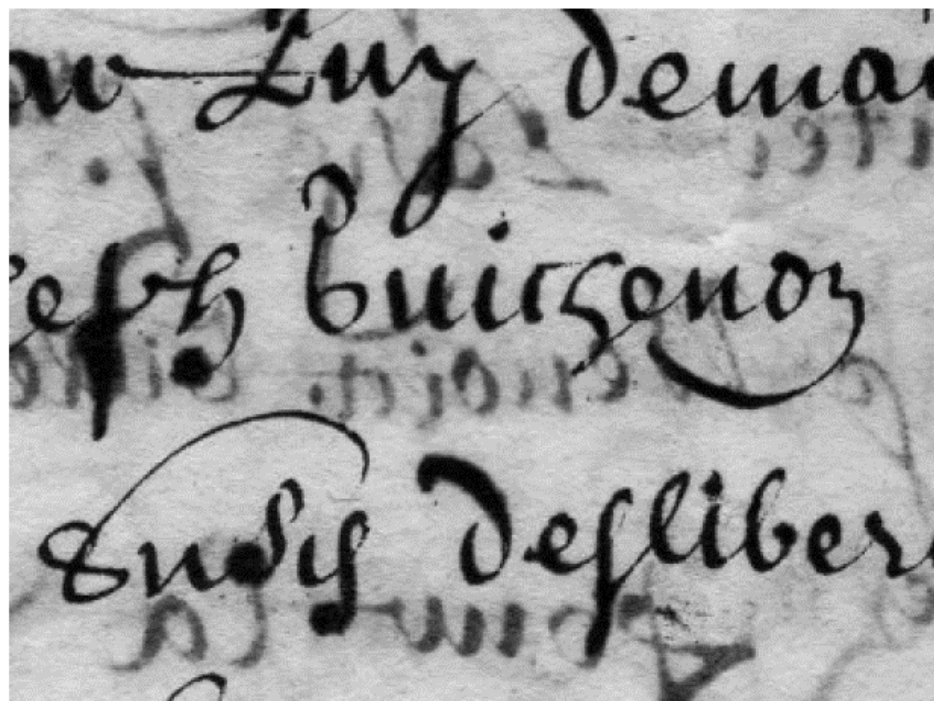
Filtrage local

- **PREWITT**

- Description : Détection des contours
- Noyau : les coefficients symétriques par rapport à l'axe vertical/horizontal sont de signes opposés. La somme des coefficients est nulle
- Principe : Calculer la différence d'intensité de part et d'autre de l'axe vertical/horizontal

$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
<p>Noyau 3x3 Détection verticale Normalisation = 3</p>	<p>Noyau 3x3 Détection horizontale Normalisation = 3</p>

- Contour par PREWITT : Exemple



Filtrage local

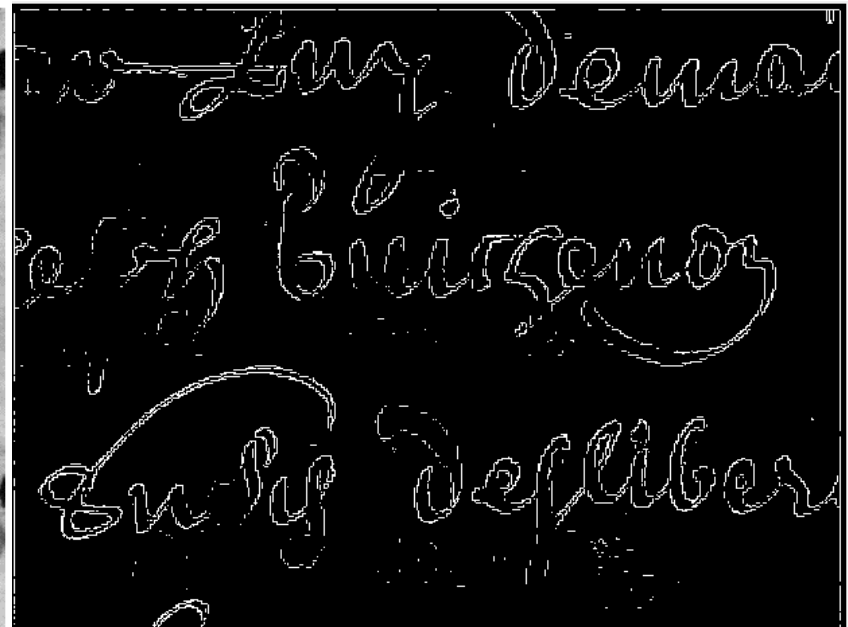
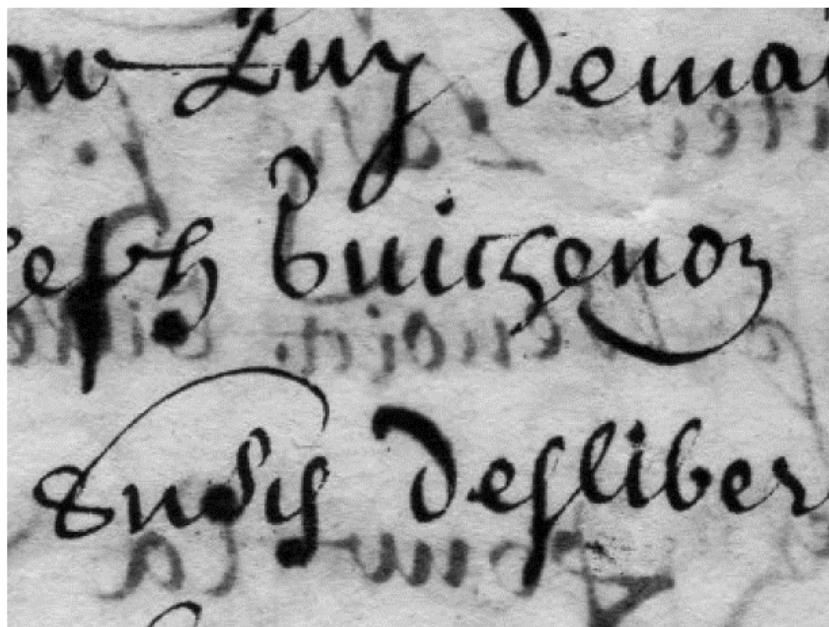
- **ROBERTS**

- Description : Détection des contours
- Noyau : les coefficients symétriques par rapport aux diagonales sont de signes opposés. La somme des coefficients est nulle
- Principe : Calculer la différence d'intensité de part et d'autre des diagonales

$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
Noyau 3x3 Détection -45° Normalisation = 1	Noyau 3x3 Détection horizontale Normalisation = 1

Filtrage local

- ROBERTS : Exemple



- **SOBEL**

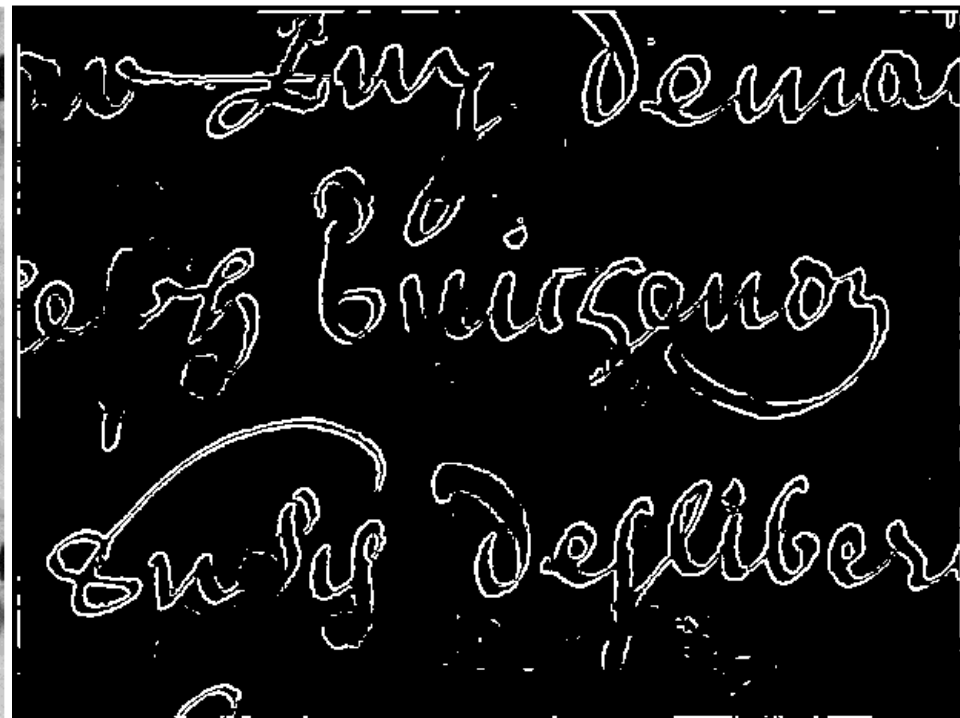
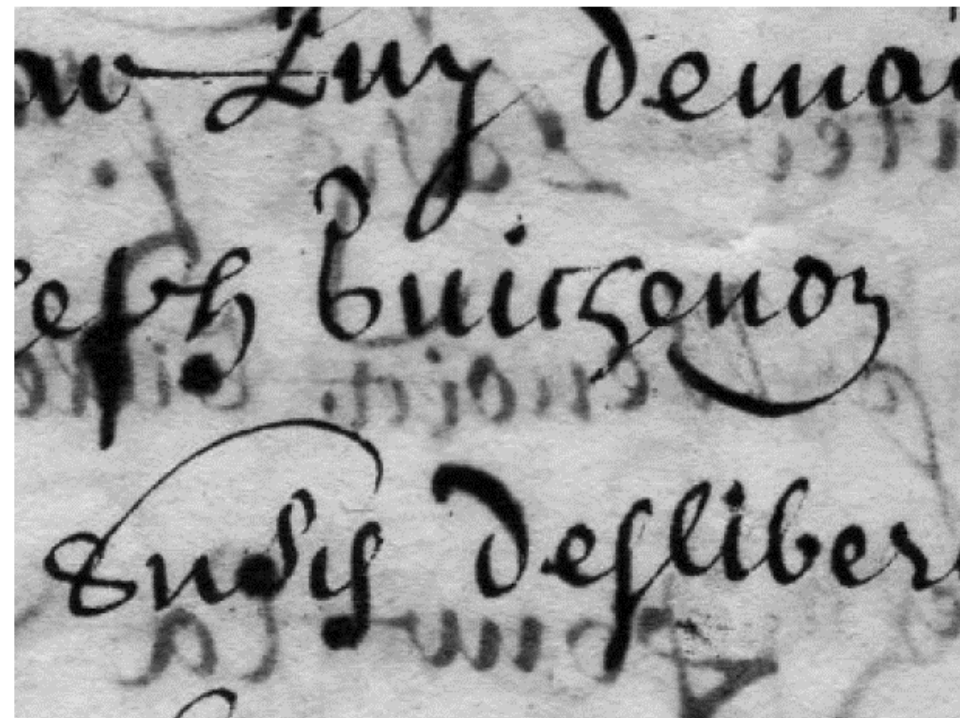
- Description : Détection des contours
- Noyau : les coefficients peuvent être calculés grâce à la formule d'Asfar :

$$CoefNoyauVertical(i, j) = \frac{i}{|i|. (|i| + |j|)} \quad CoefNoyauHorizontal(i, j) = \frac{j}{|j|. (|i| + |j|)}$$

- Principe : Calculer la différence d'intensité de part et d'autre de l'axe vertical/horizontal, en pondérant l'importance des pixels suivant leur distance au pixel central

$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
<p>Noyau 3x3 Détection verticale Normalisation = 4</p>	<p>Noyau 3x3 Détection horizontale Normalisation = 4</p>

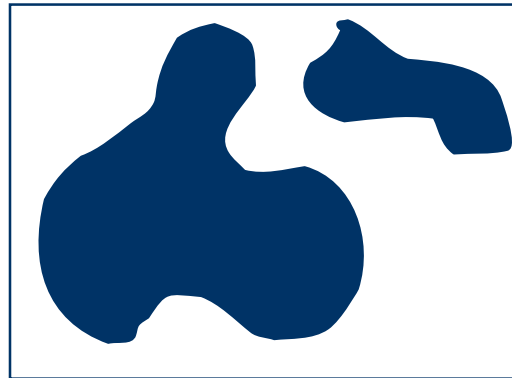
- SOBEL : Exemple



Filtrage morphologique

- Principe

- La morphologie mathématique est dédiée à l'analyse des structures spatiales. Elle est dite morphologique parce qu'elle vise à analyser la forme (morphologie) des objets
- Une image est vue comme un ensemble de formes



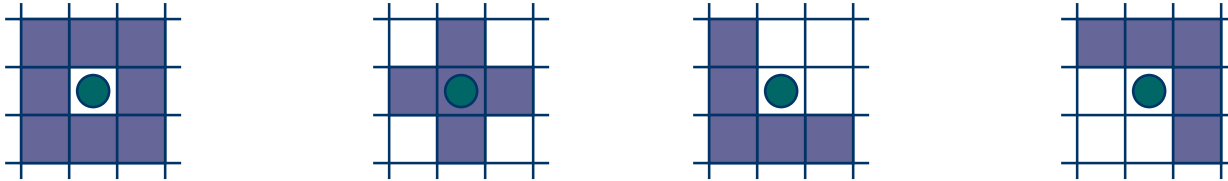
image

- Elle est analysée à l'aide de formes connues appelées éléments structurants

Filtrage morphologique

- **Élément structurant**

- Un élément structurant est un masque binaire muni d'un point d'ancrage :



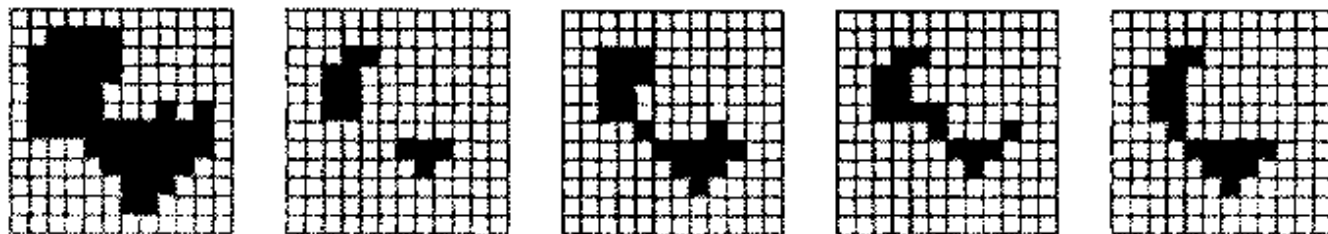
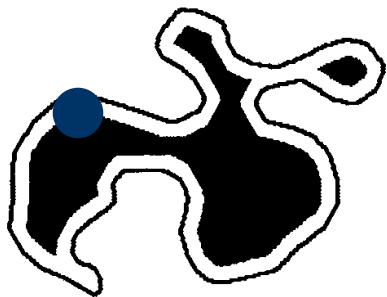
Éléments structurants

- Soient (x,y) les coordonnées d'un pixel et M un élément structurant. Alors, $M(x,y)$ représente l'ensemble des pixels qui coïncident avec les points noirs de M lorsque le point d'ancrage est superposé au pixel de coordonnées (x,y)

- Erosion

Soit une image X et un élément structurant M . L'érosion de X par M est une image binaire définie par :

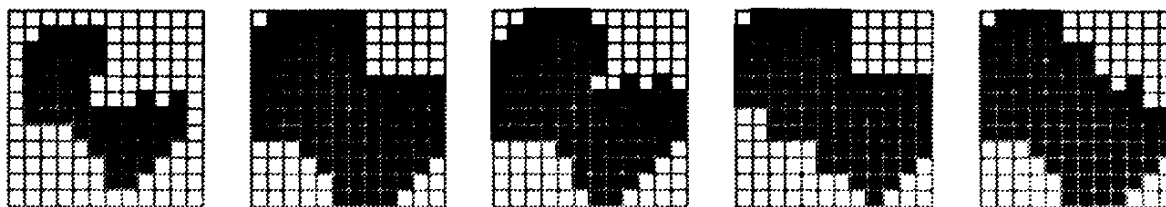
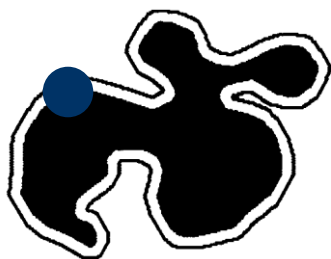
$$\text{Ero}_M(X) = \{(x,y) \mid M_{(x,y)} \subset X\}$$



- Dilatation

Soit une image X et un élément structurant M . La dilatation de X par M est une image binaire définie par :

$$\text{Dil}_M(X) = \{(x,y) \mid M_{(x,y)} \cap X \neq \emptyset\}$$



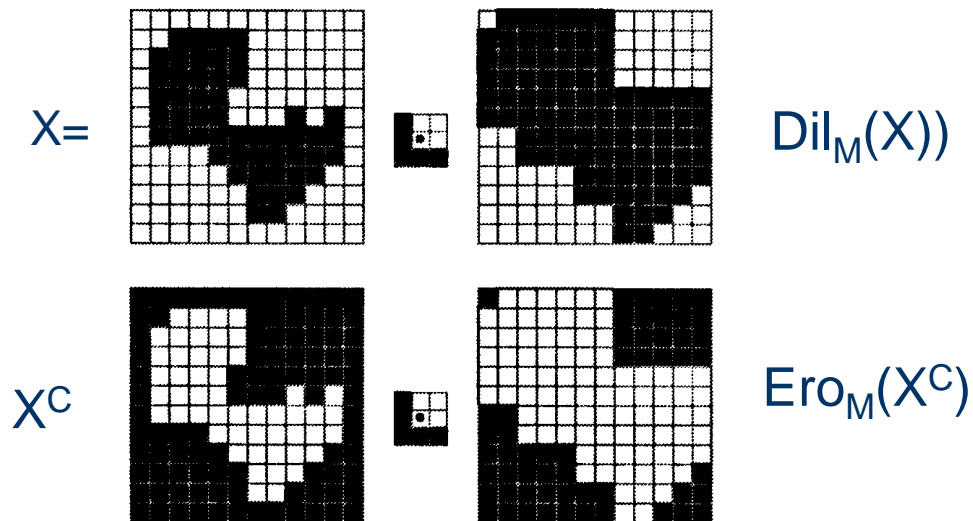
Dualité entre érosion et dilatation

L'érosion et la dilatation sont deux opérations duales par rapport aux complémentaires des ensembles caractéristiques

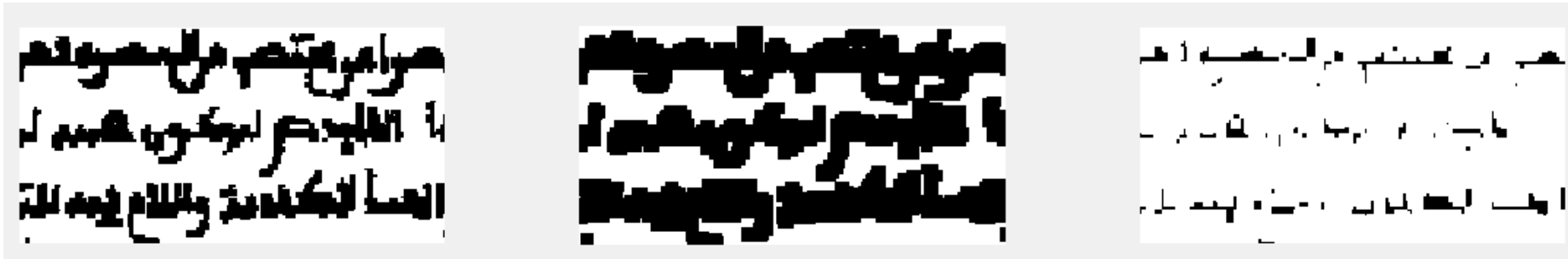
$$\text{Ero}_M(X^C) = (\text{Dil}_M(X))^C$$

$$\text{Dil}_M(X^C) = (\text{Ero}_M(X))^C$$

où X^C représente le complémentaire de X



Exemple



Original

Dilatation (masque 5x5)

Erosion ((masque 5x5)

Filtrage morphologique

- Ouverture

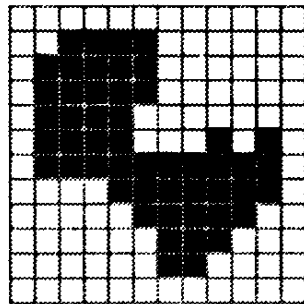
- Soit une image binaire X et un élément structurant M .
L'ouverture de X par M est une image binaire définie par :

$$\text{Ouv}_M(X) = \text{Dil}_{M^\sim}(\text{Ero}_M(X))$$

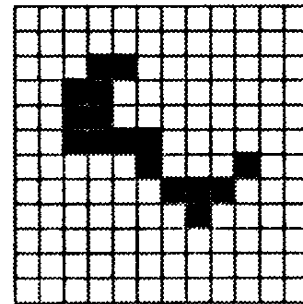
où M^\sim représente l'élément structurant symétrique de M par rapport au point d'ancrage

- Illustration

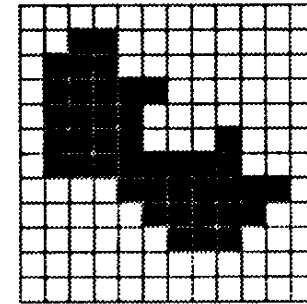
- L'élément structurant est en **L**



X

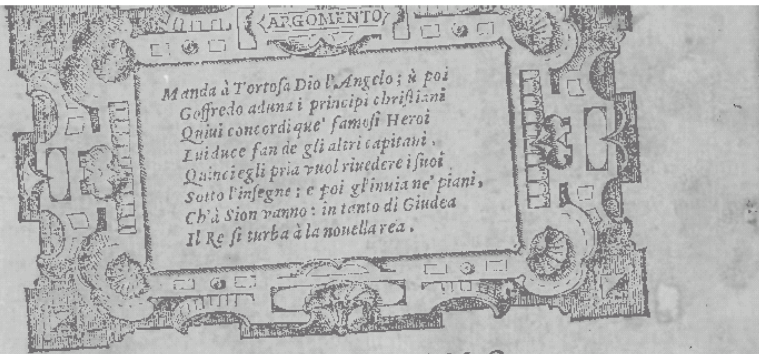


$\text{Ero}_M(X)$



$\text{Ouv}_M(X)$

- Exemple

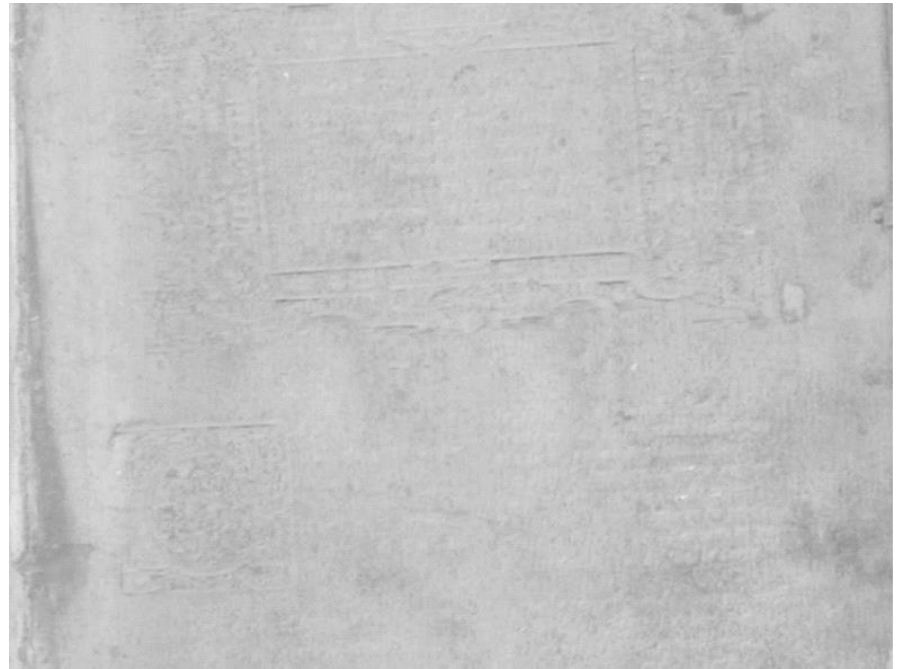


CANTO PRIMO.

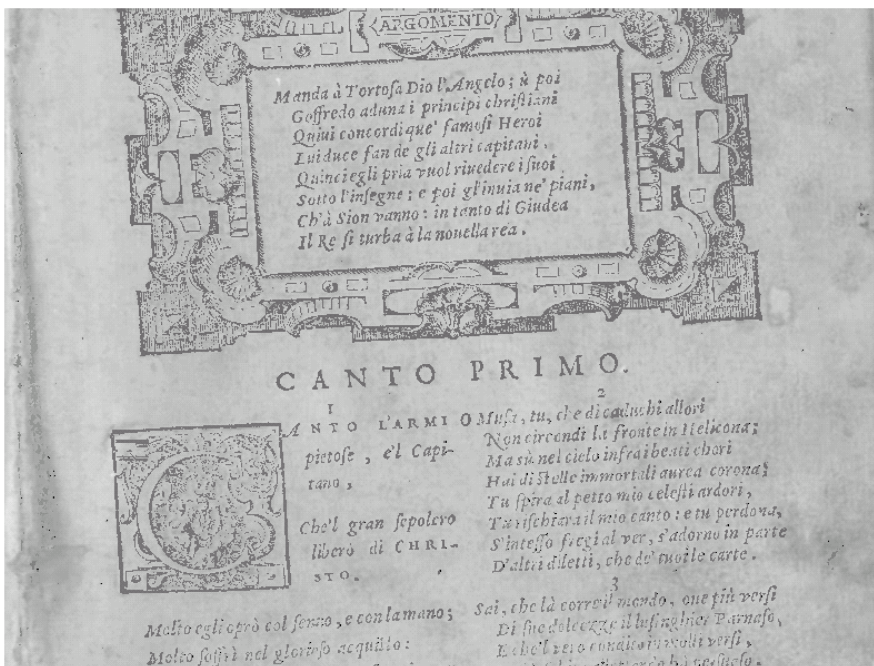


¹ CANTO L'ARMI O ² Musi, tu, che di caduchi allori
 pietose, e'l Capitanò;
 Non circondi la fronte in Helicon;
 Ma sù nel cielo infra beati chori
 Hai di stelle immortali aurea corona;
 Tu spira al petto mio celesti ardori,
 Tu rischiarai il mio canto: e tu perdona,
 S' inteso sregia al ver, s' adorno in parte
 D'altri diletti, cho de' tuoi lo cario.

Molto egli oprò col ferro, e con lamano; ³ Sai, che là correv' mondo, one più versi
 Molto fuffi nel glorioso acquillo; Di suo delecege il bisignier Varnaso,
 E che'l reo corallo in molti versi,
 E che'l reo corallo in molti versi,
 E che'l reo corallo in molti versi.



- Soustraction : image originale – image ouverture



Original



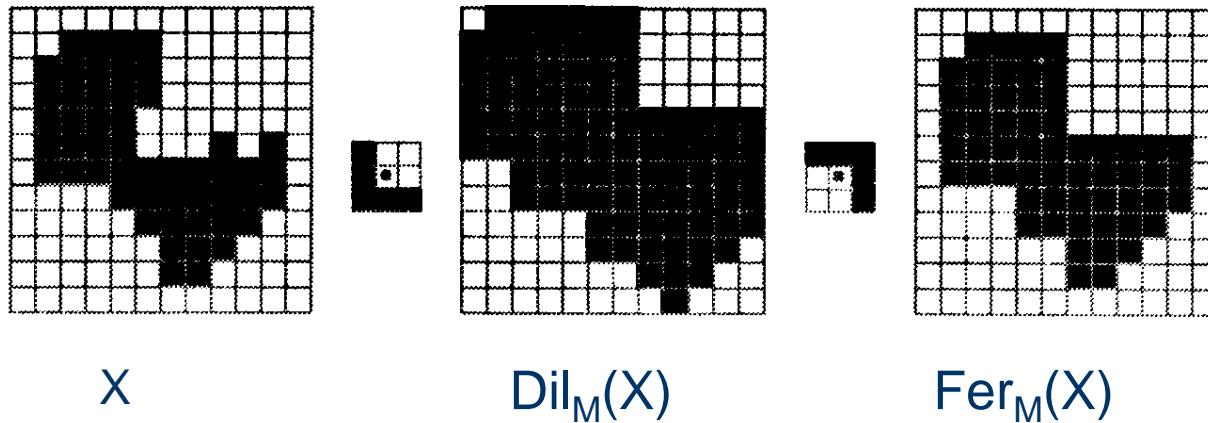
Original - ouverture

- Fermeture

- Soit une image binaire X et un élément structurant M. La fermeture de X par M est une image binaire définie par :

$$\text{Fer}_M(X) = \text{Ero}_{M^{\sim}}(\text{Dil}_M(X))$$

où M^{\sim} représente l'élément structurant symétrique de M par rapport au point d'ancrage



- Dualité entre ouverture et fermeture

L'ouverture et la fermeture sont deux opérations duales par rapport aux complémentaires des ensembles caractéristiques

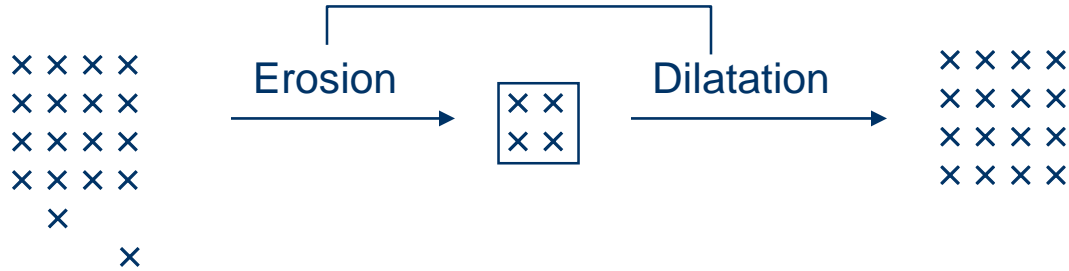
$$\text{Ouv}_M(X^c) = (\text{Fer}_M(X))^c$$

$$\text{Fer}_M(X^c) = (\text{Ouv}_M(X))^c$$

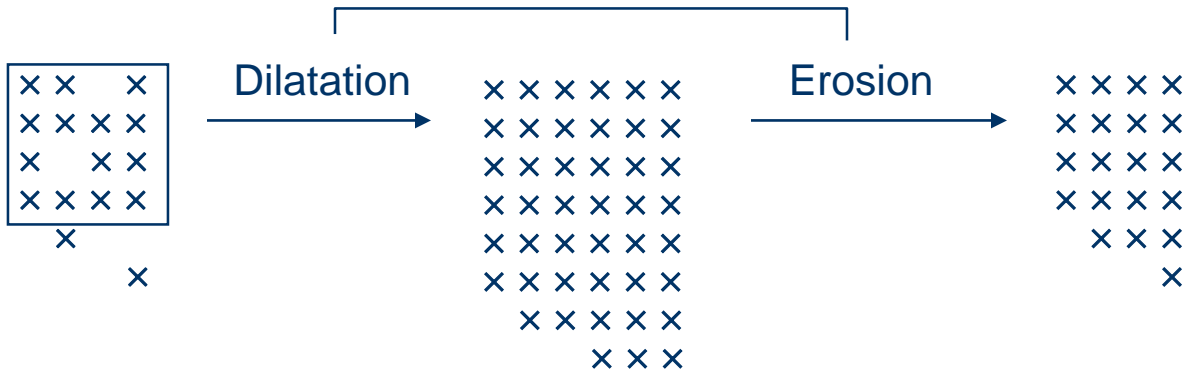


Élément structurant avec origine et centre

Ouverture



Fermeture



- Élimination du bruit
 - L'élimination du bruit dans une image binaire peut se faire par un opérateur morphologique d'ouverture

BG vom

AS, 11

BG vom

AS, 11

- Restauration des composantes connexes
 - La restauration des composantes connexes d'une image binaire peut être réalisée par un opérateur morphologique de fermeture


Verband
abfalle

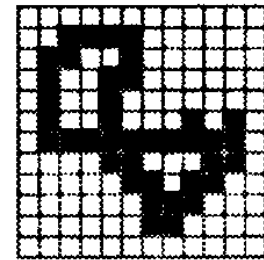
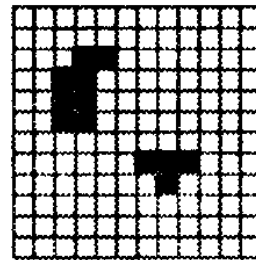
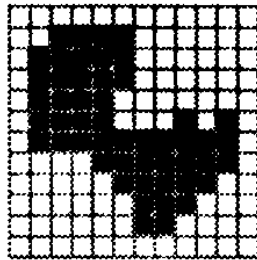
Verband
abfalle

- Extraction du contour

L'extraction du contour d'une composante 4-connexe est obtenue par l'expression


$$\text{Contour4}(X) = X - \text{Ero}_{B9}(X)$$

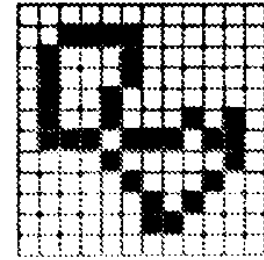
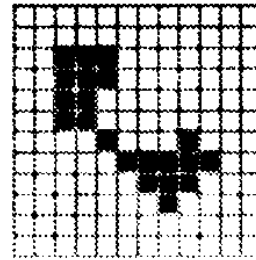
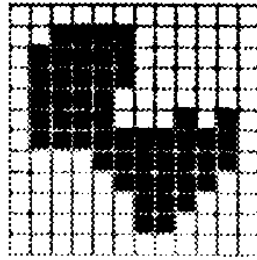
$$B9 =$$




L'extraction du contour d'une composante 8-connexe est obtenue par l'expression

$$\text{Contour8}(X) = X - \text{Ero}_{C5}(X)$$

$$C5 =$$


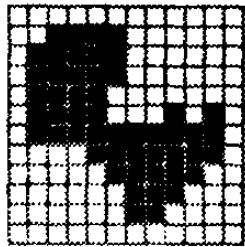


- **Autres applications**

- Amincissement

Soit une composante connexe X et un masque M dont le point d'ancrage vaut 1. L'amincissement de A par M est défini par :

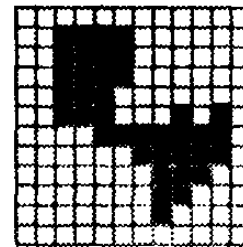
$$Am_M(X) = A - ToR_M(X) = A \cap (ToR_M(X))^c$$



X



M

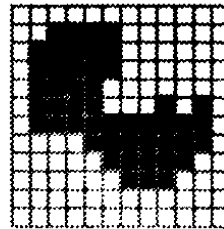


$Am_M(X)$

- Épaississement

Soit une composante connexe X et un masque M dont le point d'ancrage vaut 0. L'épaississement de A par M est défini par :

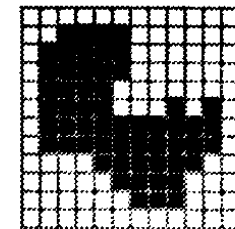
$$Ep_M(X) = A \cup ToR_M(X)$$



X



M



$Ep_M(X)$

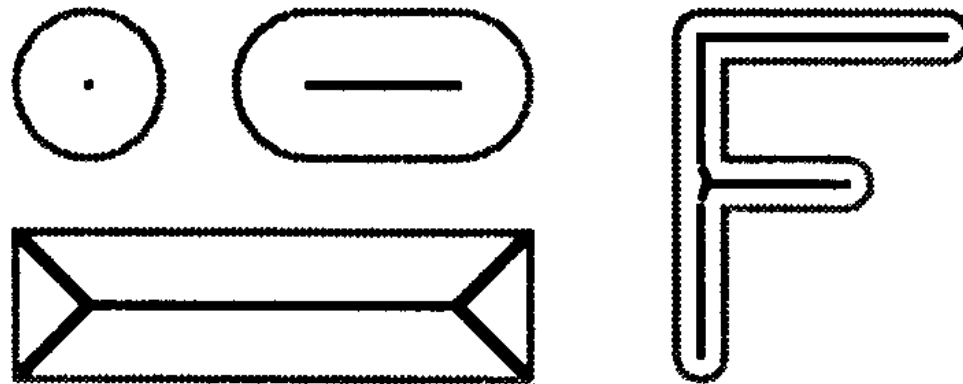
- Squelettisation

L'opération de squelettisation consiste en un amincissement de la forme bidimensionnelle pour la rendre unidimensionnelle et donc en simplifier la représentation

- Squelette continu

Soit X une forme connexe du plan. Le squelette de X noté $Sq(X)$ est formé de l'ensemble des centres de cercles inscrits maximaux, c.à.d.

$$Sq(X) = \{s \mid \exists x, y \in \text{frontière}(X), x \neq y \text{ et } d(s, x) = d(s, y)\}$$



- Squelette discret

- Il n'existe pas de définition satisfaisante dans le cas discret ! Néanmoins le squelette peut être construit par un procédé itératif qui transforme une composante connexe X en une composante filiforme ayant les mêmes caractéristiques topologiques
- Le squelette d'une composante connexe X peut être construit par un amincissement itératif au moyen des masques M_k ($k=1,2,\dots,8$) suivants



Algorithme

$X_0 := X$; $k:=0$;

répéter

$X_{k+1} := \text{Am}_{M8}(\text{Am}_{M7}(\dots(\text{Am}_{M2}(\text{Am}_{M1}(X_k)\dots))); k:=k+1$;

jusqu'à ce que $X_{k+1} = X_k$;

$\text{Sq}(X) := X_k$

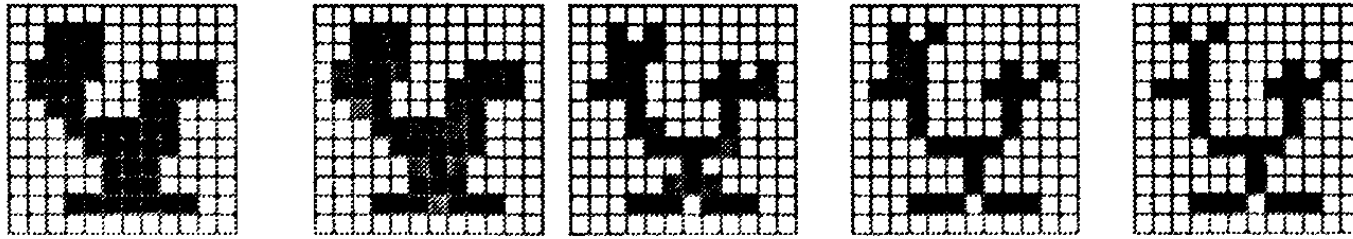


Illustration de la construction du squelette: composante initiale X , amincissement par les masques M_1 à M_4 , résultat des deux premières itérations et squelette obtenu $Sq(X)$

Élagage

La squelettisation produit souvent des formes bruitées caractérisées par des barbules se greffant sur le squelette proprement dit. L'élagage est une opération morphologique qui permet de supprimer les barbules.

Le procédé consiste à éliminer de manière itérative des pixels terminaux au moyen des masques.

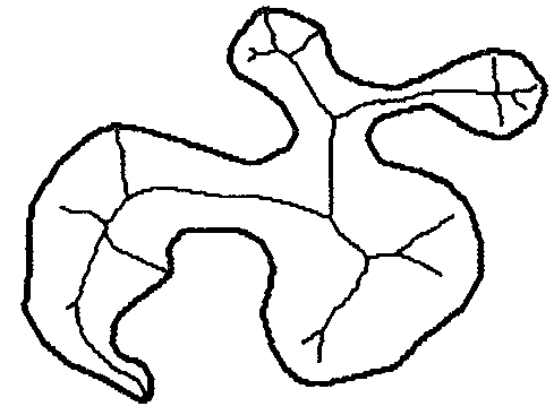
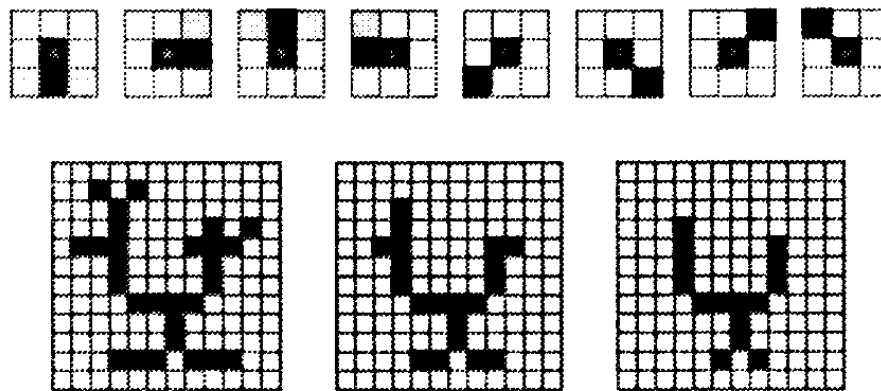
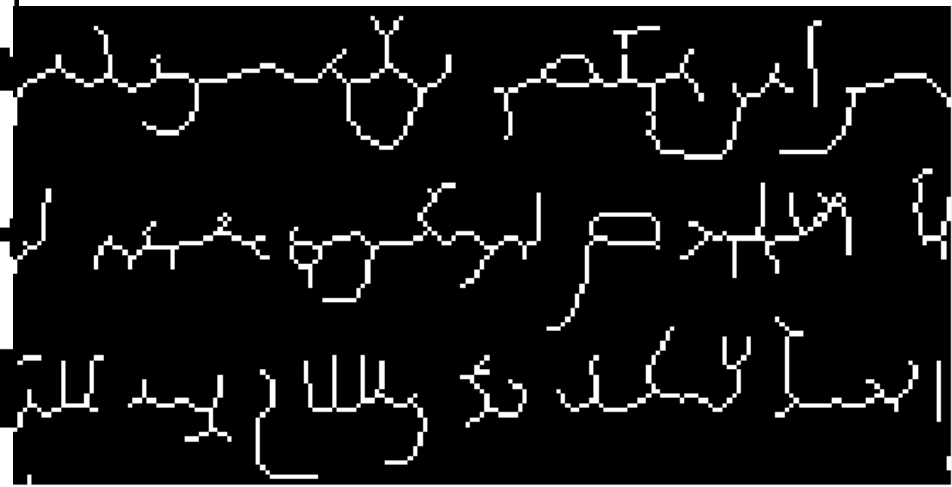


Illustration de l'élagage d'un squelette obtenu en deux itérations successives

Exemple

مواهبهم من الله عز وجل
والله اعلم بالصواب
فمن الله على من يشاء
والله ذو الجلال والإكرام

Original



Skeleton

– **Lissage et segmentation:** Run Length Smoothing Algorithm (RLSA)

Méthode de segmentation proposée par Wong + Casey (1992)

A partir de l'image originale I , on construit l'intersection des deux images obtenues par une double transformation morphologique

- $X_1 = \text{Fer}_{V_1}(\text{Fer}_{H_1}(I))$ avec un masque horizontal H_1 de hauteur 1 et de longueur a_1 et un masque V_1 de largeur 1 et de hauteur b_1
- $X_2 = \text{Fer}_{H_2}(\text{Fer}_{V_2}(I))$ avec un masque vertical V_2 de largeur 1 et de hauteur b_2 et un masque H_2 de hauteur 1 et de longueur a_2

Les paramètres a_i et b_i sont choisis en fonction de la résolution et des caractéristiques typographiques (fonte, corps, interligne, espace entre mots, ...).

Dans ce cas, les opérations de fermeture reviennent à noircir les plages (resp. horizontales ou verticales) de pixels blancs inférieurs à un seuil.

Illustration du RLSA

Check/Item	Indicator Type	Indicator Type	Check of System
1	+	+	OK (Production) 97.66
2	+	+	OK (Production) 98.16
3	+	+	OK (Production & Loading) 98.77
Production-based Systems			
4	+	+	OK (Production) 98.79
5	+	+	OK (Production & Loading) 98.79
Industrial Systems			
6	+	+	OK (Production) 98.77
7	+	+	OK (Production) 98.66
8	+	+	OK (Production) 98.77
9	+	+	OK (Production) 97.66
10	+	+	OK (Production) 97.66
11	+	+	OK (Production) 97.66

Data in Rows 10 to 11 are the results of the CHECKER database.

Table in Rows 10 to 11 are the results of the CHECKER database.

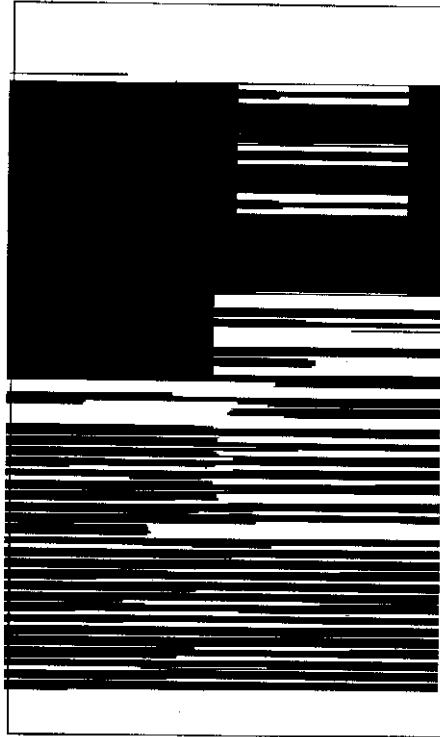
$$p = (p_1)^2 \dots (p_n)^2 \quad (1)$$

In order, the production-based coefficient is characterized by the following parameters:

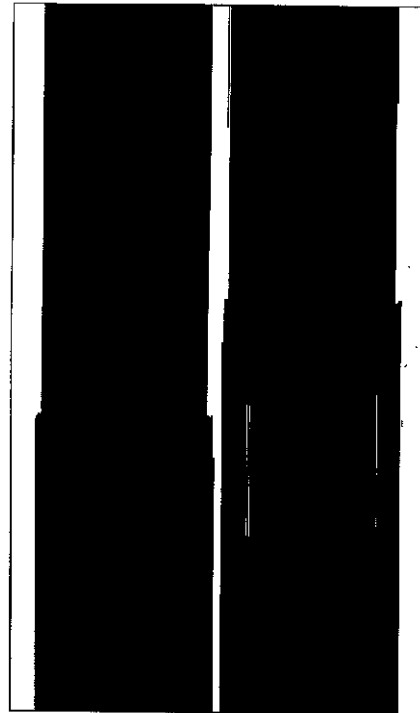
- M: number of production type (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11)
- A: sampling interval (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11)
- E: maximum production error (E = 0.1)
- p: production coefficient (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11)

Table in Rows 10 to 11 are the results of the CHECKER database.

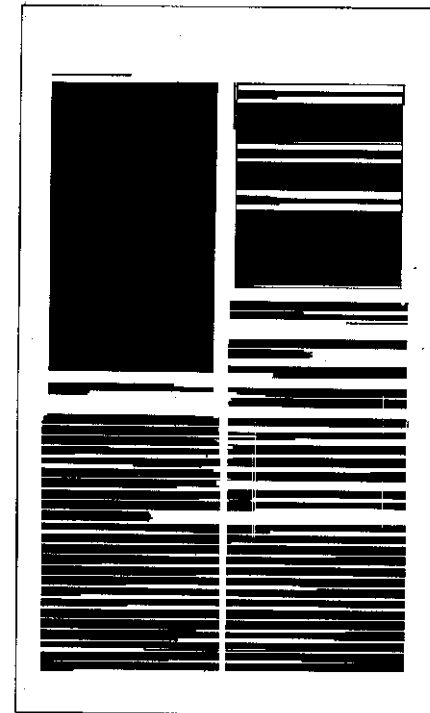
In order to make the data production-based coefficient, we used the data in Rows 10 to 11. The data in Rows 10 to 11 are the results of the CHECKER database.



Lissage horizontal



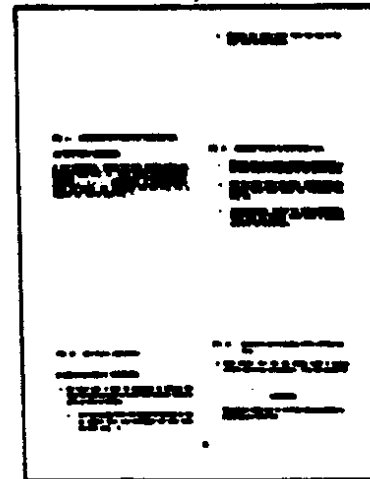
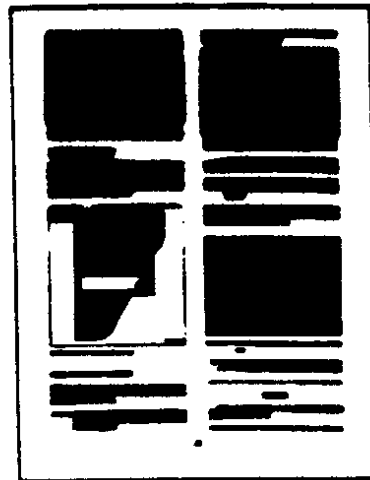
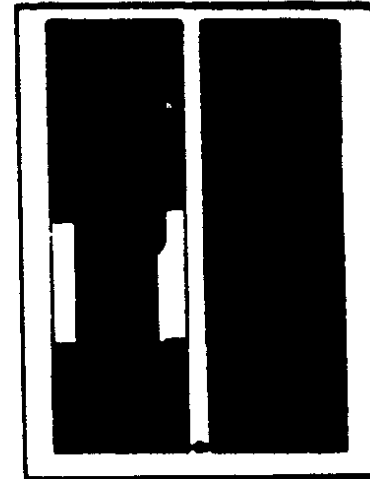
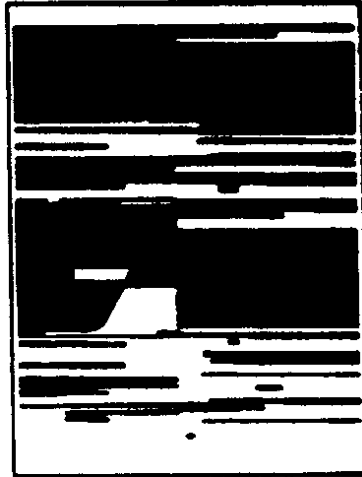
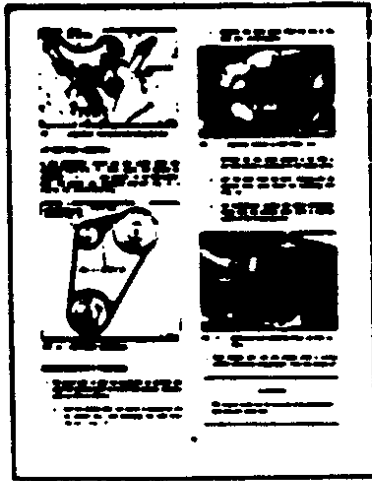
Lissage vertical



Résultat

Image

Illustration de la segmentation (tiré de [Wong82])



Binarisation

- Objectif

- Détacher la forme (le texte) du fond qui n'est pas utile à la reconnaissance
- La plupart des méthodes existantes travaillent sur une image simplifiée noire et blanche



Binarisation

- Binarisation par seuillage

- C'est la méthode la plus simple et la plus utilisée
- Il y a une relation entre les niveaux de gris d'un pixel et son appartenance ou non à une forme
- Mais cette relation n'est pas toujours évidente



Nvg=0

Nvg=255

Binarisation

- **Mise en œuvre**

- Les méthodes de binarisation consistent à transformer une image de niveaux de gris en une image noire et blanche
- Soit f la fonction de binarisation et $i(x,y)$ un pixel de l'image, on a :

$$f(i(x,y)) \in \{0,1\}$$

- Les méthodes de binarisation se divisent en deux classes : globales et locales.
 - **Les globales**
 - calculent un seul seuil pour toute l'image. Les pixels ayant un niveau de gris plus foncé que le seuil sont mis à noir et les autres à blanc
 - **Les locales**
 - calculent un seuil pour chaque pixel en fonction de l'information contenue dans son voisinage

Binarisation

- Méthodes globales
 - Utilisent un seuil global fixe

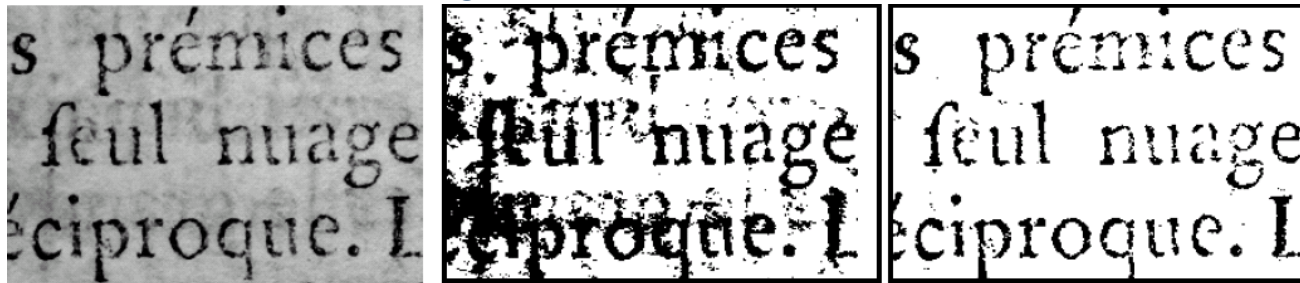
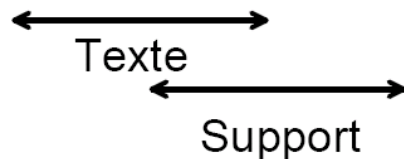
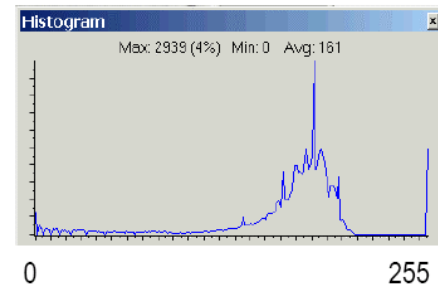
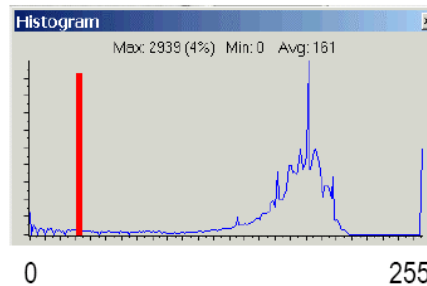
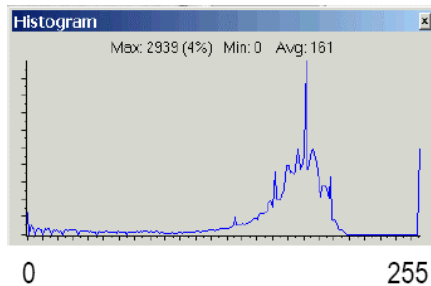


Image à niveaux de gris

seuil trop bas

seuil trop haut



Certaines nuances de gris se retrouvent simultanément dans le fond et la forme

Binarisation

Méthodes globales

- **Méthode de OTSU**

- Otsu formule le problème comme une analyse discriminante, pour laquelle il utilise une fonction critère particulière comme mesure de séparation statistique
- Il fait l'hypothèse qu'il y a 2 classes dans l'histogramme

Des statistiques sont calculées pour les deux classes de valeurs d'intensité (**fond** et **print**) séparées par un seuil intensité

On calcule les statistiques pour chaque niveau d'intensité i , c.à.d. pour tous les seuils possibles. Le niveau qui minimise la fonction critère est choisi comme seuil

Binarisation

Méthodes globales

- Méthode de OTSU (suite)

- La mesure du critère discriminant utilisée est :

$$\frac{\sigma B_i^2}{\sigma T^2} \quad i = 0, \dots, I-1$$

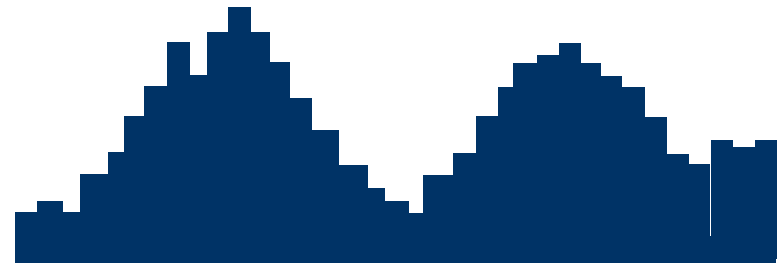
où σB_i^2 est la variance inter-classe, σT^2 est la variance totale, et le domaine d'intensité est 0 à I-1

- L'intensité maximisant cette fonction est le seuil optimal

Binarisation

Méthodes globales

- Méthode de OTSU (suite)
 - Algorithme
 - Calculer l'histogramme de l'image
 - Calculer les probabilités w_1 , w_2 de chaque niveau de gris (0 à 255)
 - Passer à travers tous les seuils possibles $t=1 \dots I_{max}$
 - Sélectionner le seuil correspondant à $\max \sigma B_f^2$

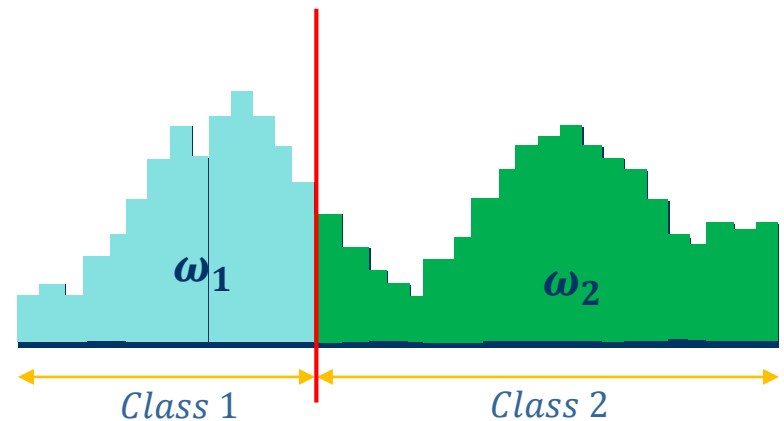


Histogram

Binarisation

Méthodes globales

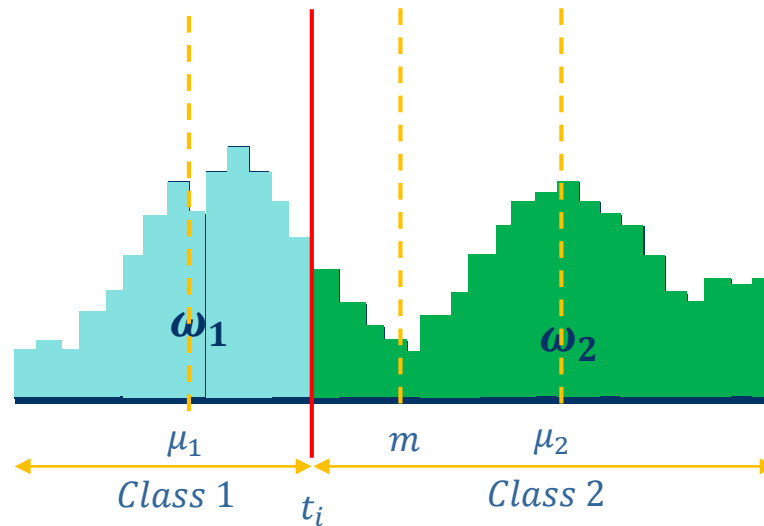
- Méthode de OTSU (suite)
 - Algorithme
 - Calculer l'histogramme de l'image
 - Calculer les probabilités w_1 , w_2 de chaque niveau de gris (0 à 255)
 - Passer à travers tous les seuils possibles $t=1 \dots I_{max}$
 - Sélectionner le seuil correspondant à $\max \sigma B_f^2$



- $\omega_1(0) = 0, \omega_2(0) = 1$
- $\omega_1(1) = 0.02, \omega_2(1) = 0.98$
- \vdots
- $\omega_1(255) = 1, \omega_2(255) = 0$

Binarisation

Méthodes globales



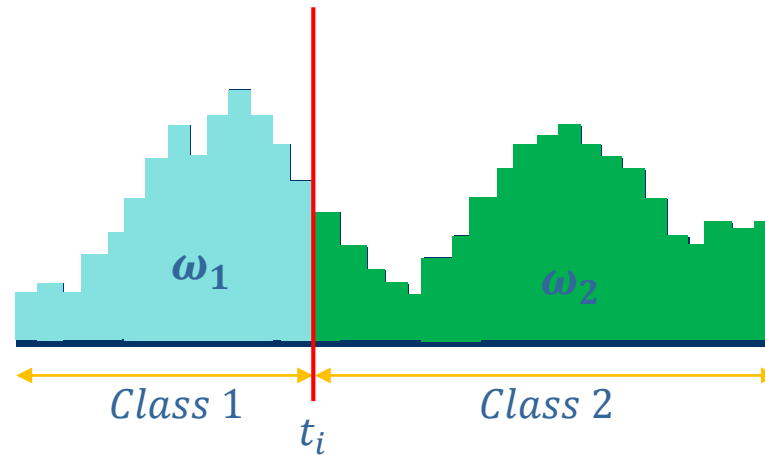
- $\sigma_{\omega}^2(t) = \omega_1(t)\sigma_1^2(t) + \omega_2(t)\sigma_2^2(t)$

- $\sigma_b^2(t) = \omega_1(t)(\mu_1(t) - m)^2 + \omega_2(t)(\mu_2(t) - m)^2$
 $= \omega_1(t)\omega_2(t)[\mu_1(t) - \mu_2(t)]^2$
 $= \sigma_G^2 - \sigma_{\omega}^2(t)$

- $\sigma_b^2(0) = \alpha, \sigma_b^2(1) = \beta, \sigma_b^2(2) = \gamma, \dots$

Binarisation

Méthodes globales



- $\sigma_b^2(0) = \alpha$
 - $\sigma_b^2(1) = \beta$
 - $\sigma_b^2(2) = \gamma$
 - $\sigma_b^2(255) = \delta$
- Selectionner t qui rend σ_b^2 le plus grand

- La méthode d'Otsu fonctionne bien si l'image est de bonne qualité et si le fond est uniforme
- La figure suivante montre que des caractères se touchent car la résolution spatiale est insuffisante. Le même document scanné à une résolution plus élevée, donne un meilleur résultat

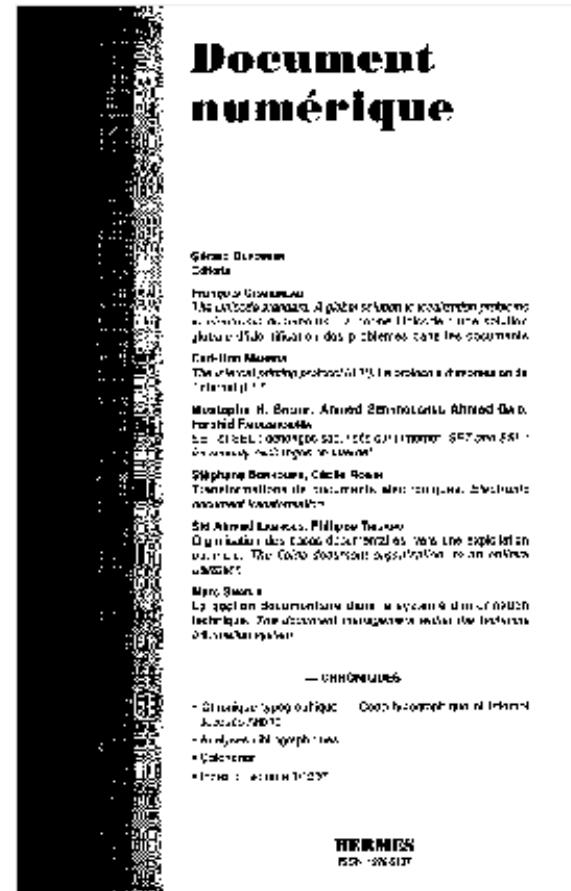
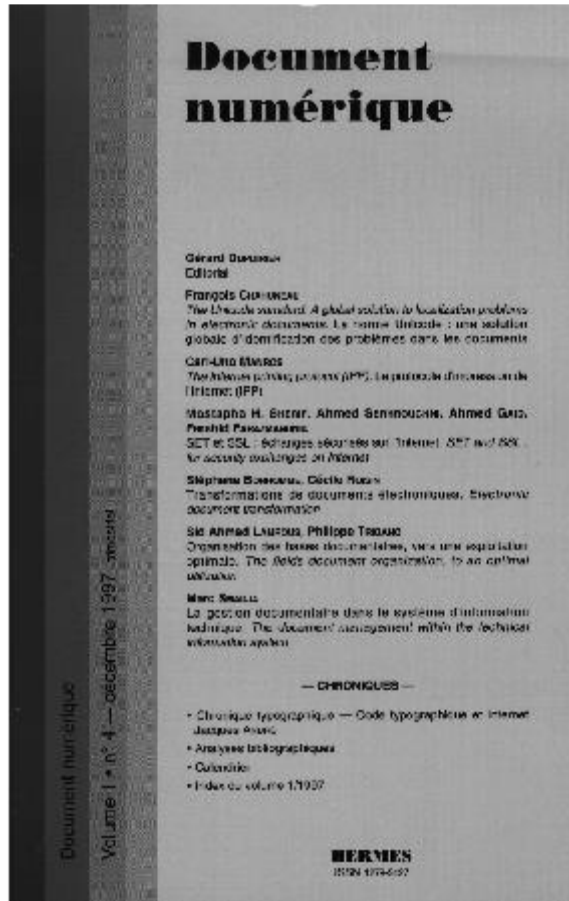
Einzahlung Giro PTT	Versament Virement PTT
Einzahlung für / Versament pour / Versamento per [Redacted]	Bitte keine Mitteilungen an Pas de communications à Non aggiungere comunicazioni
8810 HORGEN Zugunsten von / En faveur de / A favore di [Redacted]	
RICHTERSWIL	Giro aus Konto Virement du compte Girate dal conto
Konto / Compte / Conto * [Redacted]	[Redacted]
Fr. [50] C. []	Einbezahlt von / [Redacted]

Einzahlung Giro PTT	Versament Virement PT
Einzahlung für / Versament pour / Versamento per [Redacted]	Bitte keine Mitteilungen an Pas de communications à Non aggiungere comunicazioni
8810 HORGEN Zugunsten von / En faveur de / A favore di [Redacted]	
RICHTERSWIL	Giro aus Konto Virement du compte Girate dal conto
Konto / Compte / Conto * [Redacted]	[Redacted]
Fr. [50] C. []	Einbezahlt von / [Redacted]

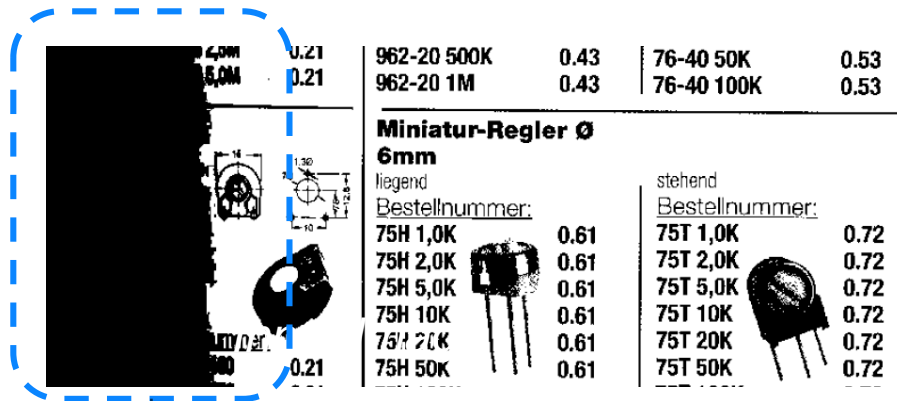
6 5 3

6 5 3

Autre exemple : OTSU

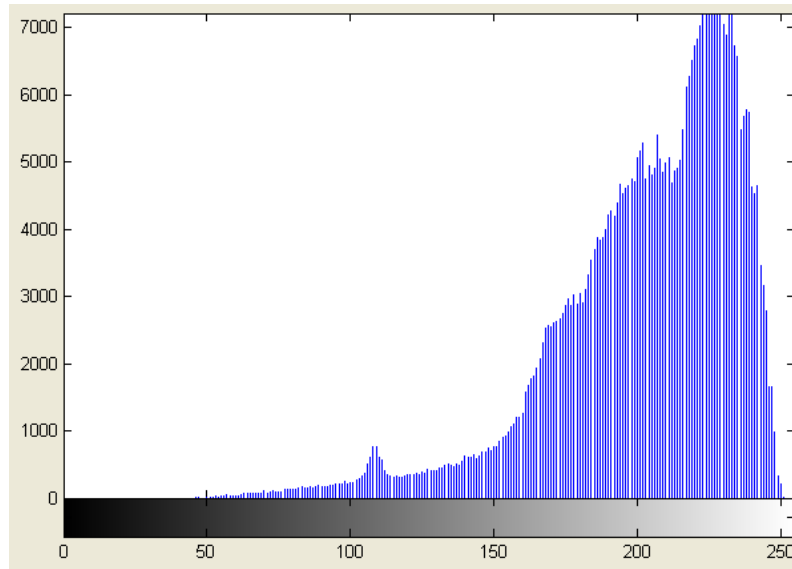


Autre exemple : OTSU



Effet de la méthode globale

Handwritten text in French, likely a historical document or manuscript. The text is dense and written in a cursive script. A circular seal or stamp is visible on the left side of the page. The date "1525" is written at the bottom.



Handwritten text in French, likely a historical document or manuscript. The text is dense and written in a cursive script. A circular seal or stamp is visible on the left side of the page. The text is partially obscured by a dark, irregular shape at the bottom.

On note que l'histogramme n'est pas bimodal

Binarisation

Méthodes locales

- Méthode de Niblack

- L'idée de la méthode est de varier le seuil dans l'image en fonction des valeurs de la moyenne locale et de l'écart type local
- Le seuil calculé pour le pixel (x,y) est :

$$T(x,y) = m(x,y) + k*\delta(x,y)$$

- où $m(x,y)$ et $\delta(x,y)$ sont respectivement la moyenne et l'écart type calculés dans un voisinage local de (x,y)
- La taille du voisinage doit être suffisamment petite pour préserver les détails locaux, mais suffisamment large pour supprimer le bruit
- La valeur de k est utilisée pour ajuster la partie de l'objet «print» totale considérée comme appartenant à un objet donné

Binarisation

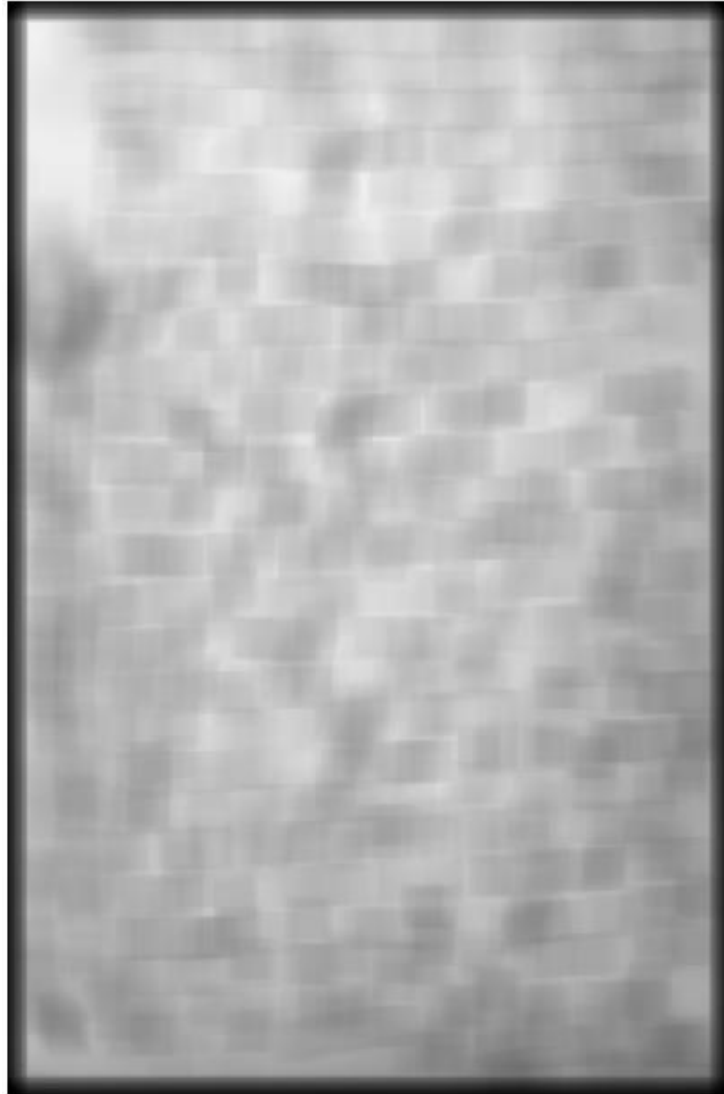
Méthodes locales

- Si on note $f(x,y)$ le niveau de gris dans un point (x,y) , alors l'écart type local $\delta(x,y)$ dans un voisinage de taille $(2k_1+1) \times (2k_2+1)$ autour de (x,y) peut être calculé comme :

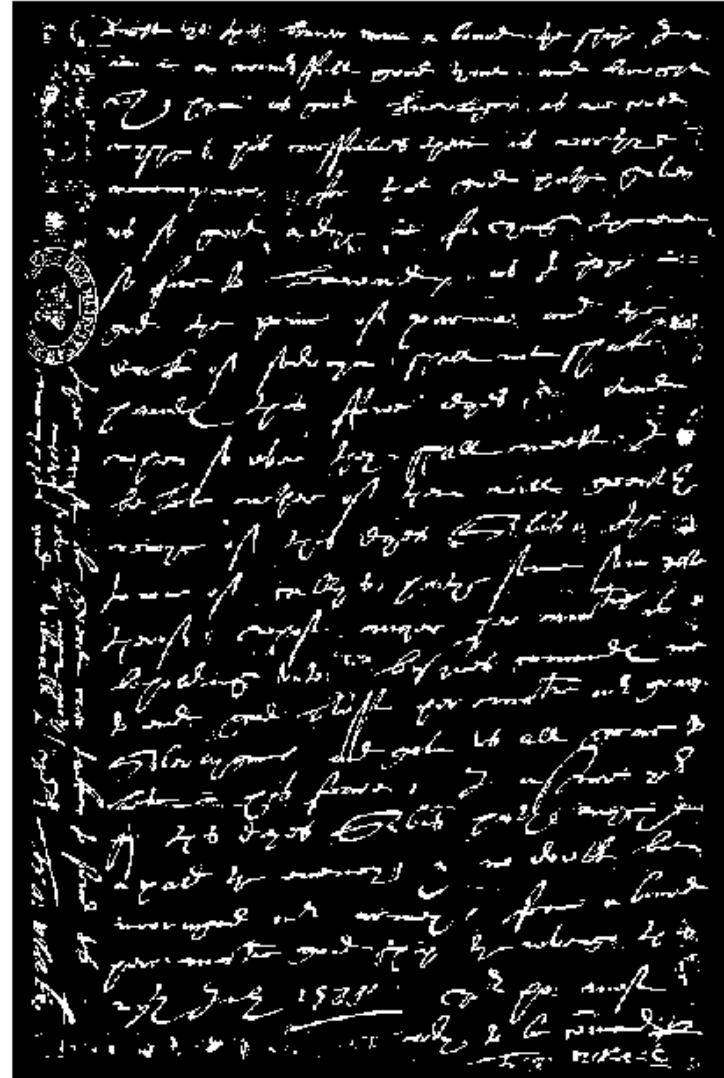
$$\delta^2(x,y) = \frac{1}{(2k_1+1)(2k_2+1)} \sum_{m=-k_1}^{k_1} \sum_{n=-k_2}^{k_2} (f(x+m, y+n))^2 - (m(x,y))^2$$

- où $m(x,y)$ est la valeur moyenne de $f(x,y)$ dans le voisinage

$$m(x,y) = \frac{1}{(2k_1+1)(2k_2+1)} \sum_{m=-k_1}^{k_1} \sum_{n=-k_2}^{k_2} f(x+m, y+n)$$



Valeurs locales



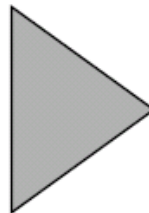
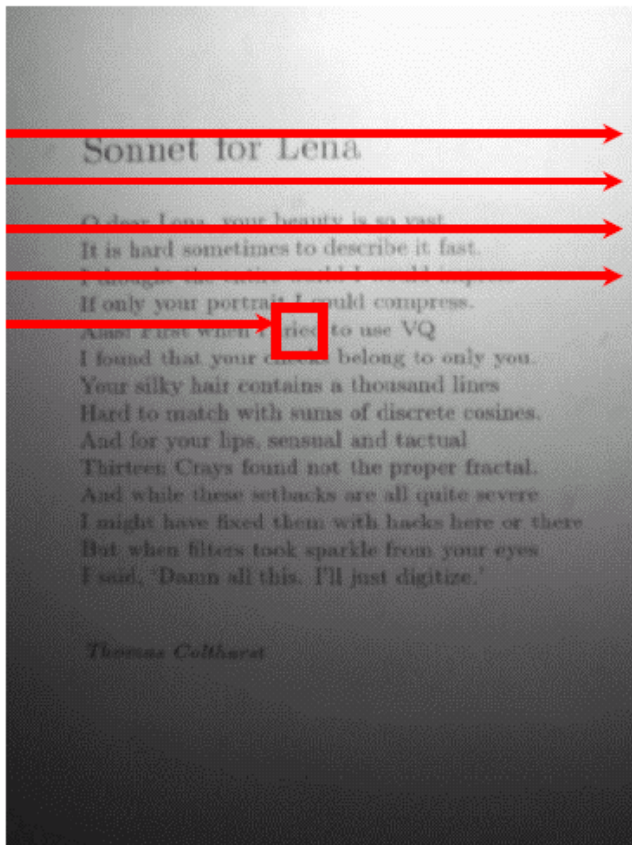
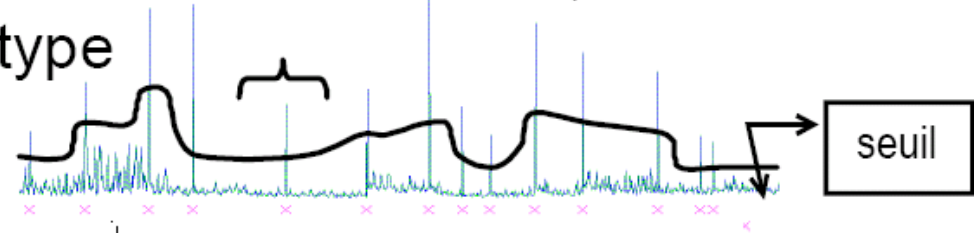
Résultats

- Méthode de Niblack

Exemple :

m : moyenne et σ : l'écart-type

$$S = m + k\sigma^2 \text{ avec } k = -0,2$$



Sonnet for Lena

O dear Lena, your beauty is so vast
It is hard sometimes to describe it fast.
I thought the entire world I would impress
If only your portrait I could compress.
Alas! First when I tried to use VQ
I found that your cheeks belong to only you.
Your silky hair contains a thousand lines
Hard to match with sums of discrete cosines.
And for your lips, sensual and tactual
Thirteen Crays found not the proper fractal.
And while these setbacks are all quite severe
I might have fixed them with hacks here or there
But when filters took sparkle from your eyes
I said, 'Damn all this. I'll just digitize.'

Thomas Colthurst



I have the honor to receive a letter from you of the 2nd
 inst. in a most friendly and kind manner, and I am
 glad to hear that you are well, and I hope
 that you will continue to be so. I am
 very much obliged to you for the
 information you have given me
 relative to the state of the
 service, and I am glad to hear
 that you are well, and I hope
 that you will continue to be so.
 I am, Sir, very respectfully,
 your obedient servant,
 J. G. G.

The Admiralty, Whitehall, London, 2nd July 1838.

2nd July 1838

J. G. G.



I have the honor to receive a letter from you of the 2nd
 inst. in a most friendly and kind manner, and I am
 glad to hear that you are well, and I hope
 that you will continue to be so. I am
 very much obliged to you for the
 information you have given me
 relative to the state of the
 service, and I am glad to hear
 that you are well, and I hope
 that you will continue to be so.
 I am, Sir, very respectfully,
 your obedient servant,
 J. G. G.

The Admiralty, Whitehall, London, 2nd July 1838.

2nd July 1838

J. G. G.

Binarisation

Méthodes locales

- Méthode de Sauvola

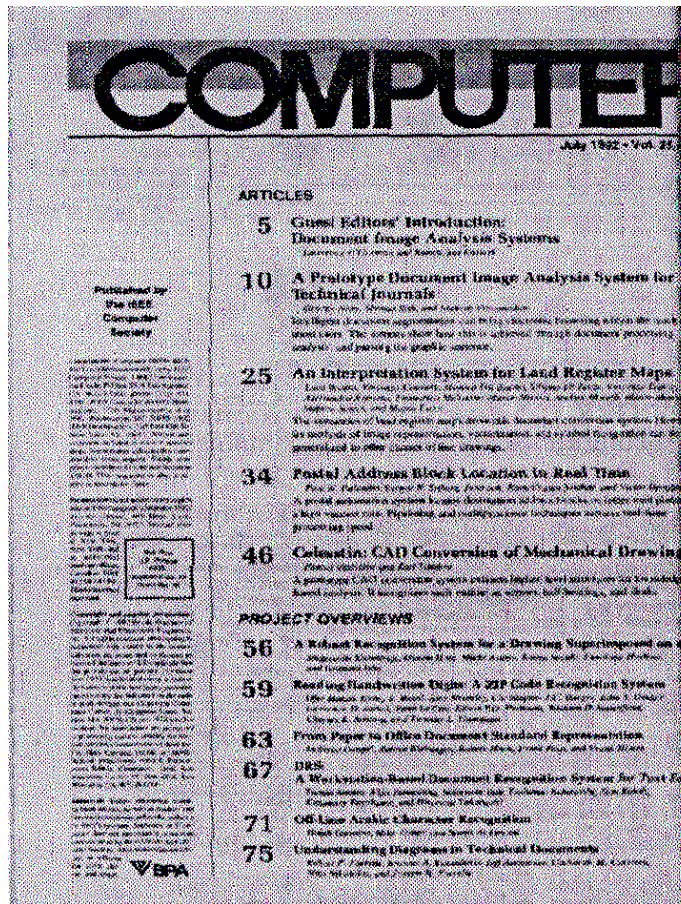
- Niblack ne fonctionne pas sur un fond à texture claire :
 - les valeurs des éléments non désirés peuvent dépasser les seuils. De plus, l'étape de post-traitement est coûteuse
- Modification : tenir compte de la variance locale
 - Seuil proposé : $T(x,y) = m(x,y) * [1 + k * \delta(x,y) / R]$ où R est la variance
 - La multiplication des deux termes par la moyenne locale a pour effet d'amplifier la contribution de la variance de manière adaptative

Binarisation

Méthodes locales

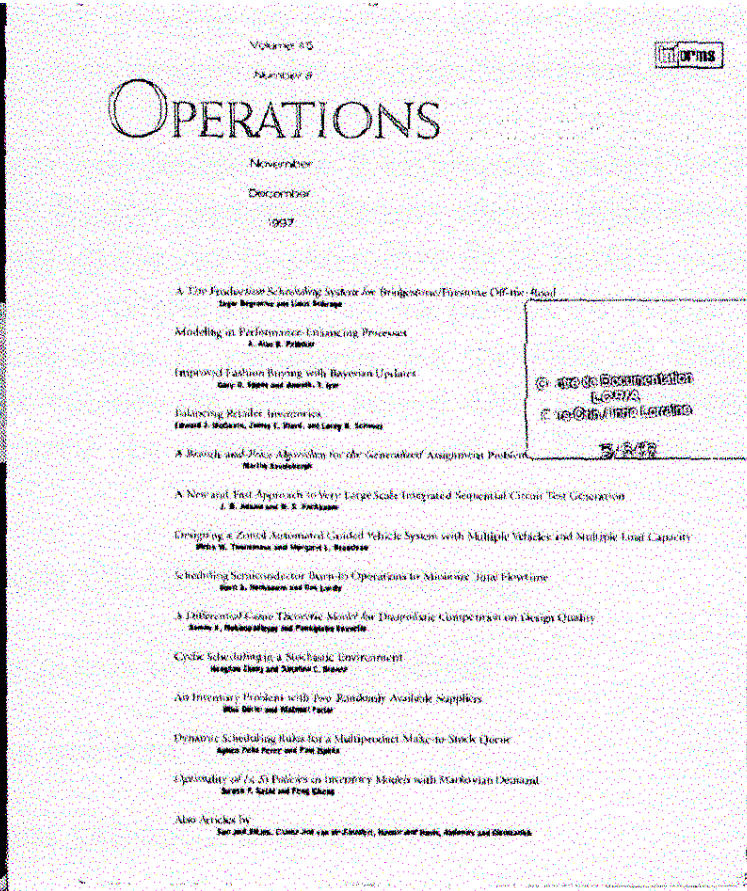
- **Méthode de Sauvola (suite)**
 - Si on considère par ex un texte foncé sur un fond clair, mais avec du bruit, m fait décroître la valeur du seuil dans les régions du fond
 - L'effet de cette méthode est d'effacer d'une manière efficace le bruit dans une image seuillée

- Exemples - Sauvola



Résultat de la binarisation d'une page avec du texte sur-imprimé

- Exemples-Sauvola



Résultat de la binarisation d'une image à fond complexe

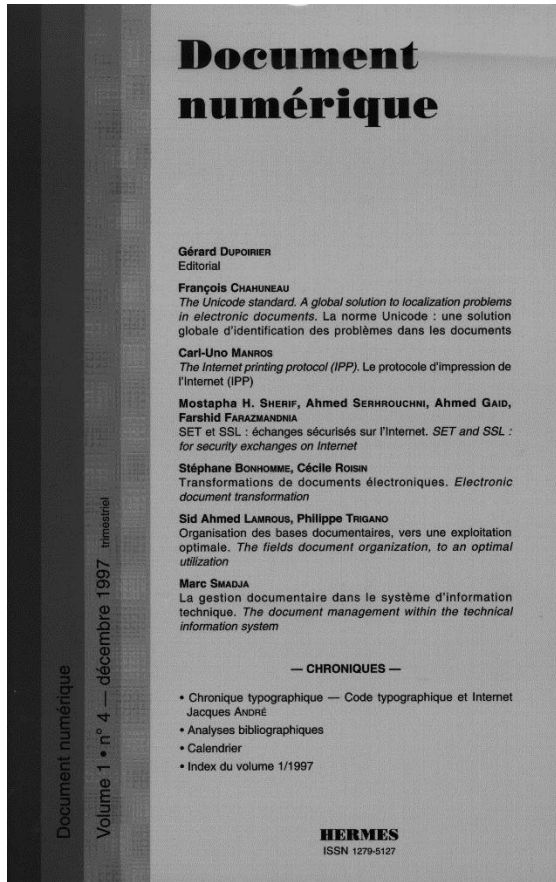
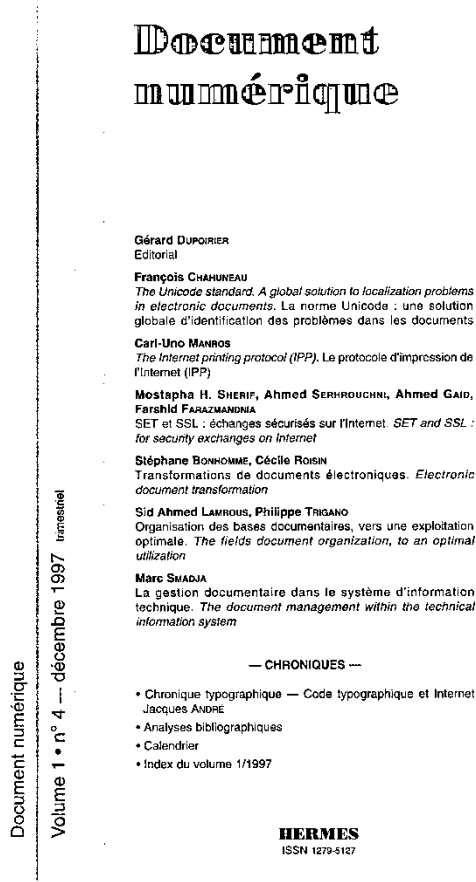
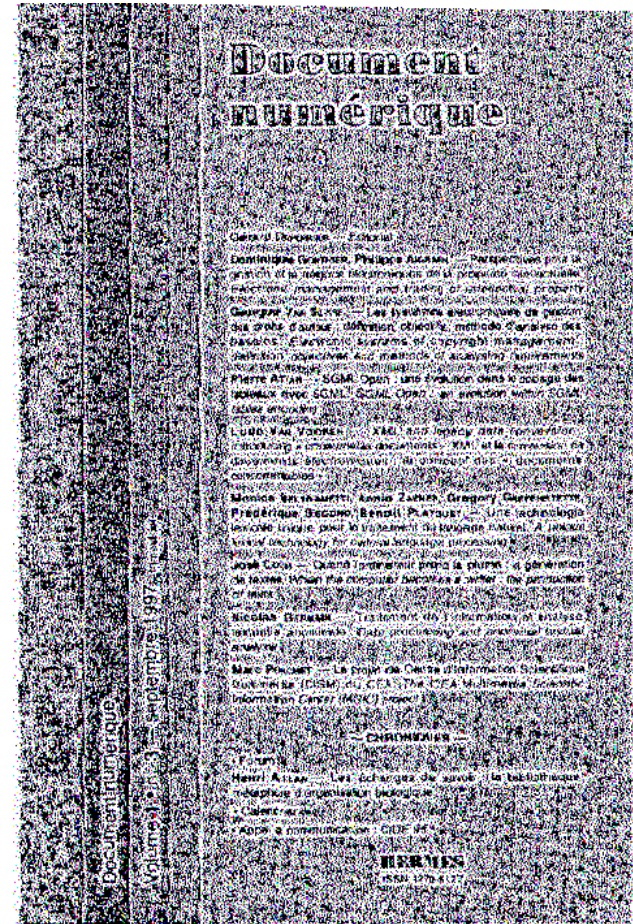


Image originale



Méthode Sauvola



Méthode Niblack

ICFHR 2016 Handwritten Document Image Binarization Contest (H-DIBCO 2016)

I. Pratikakis, K. Zagoris, G.
Barlas and B.Gatos

Compétition ICFHR

- 9 systèmes: le gagnant est Technion
 - Israel institute of Technology, Israel (Nati Kligler and Ayellet Tal)
 - InterfaceMatLab2/Bincode

1841	m ^{os}				
Mars	16	P.	300	240	
	17			240	
	18	P.		240	
juillet	19	P.	300	300	
octobre	20	P.		300	
juillet	21	P.		300	
	22	P.		300	
	23	P.		200	
1842	24	P.	300	300	
	25	P.		240	
	26	P.		300	
	27	P.	300	240	
	28			240	
	29	P.	300	200	
	30	P.	300	240	
	31	P.		240	
	32	P.		240	
	33	P.		240	
	34	P.		240	

1841	m ^{os}				
Mars	16	P.	300	240	
	17			240	
	18	P.		240	
juillet	19	P.	300	300	
octobre	20	P.		300	
juillet	21	P.		300	
	22	P.		300	
	23	P.		200	
1842	24	P.	300	300	
	25	P.		240	
	26	P.		300	
	27	P.	300	240	
	28			240	
	29	P.	300	200	
	30	P.	300	240	
	31	P.		240	
	32	P.		240	
	33	P.		240	
	34	P.		240	

Using Scale-Space Anisotropic Smoothing for Text Line Extraction in Historical Documents

R. Cohen , I. Dinstein , J. El-Sana, and K. Kedem

- [MatLab Code http://www.cs.bgu.ac.il/~rafico/LineExtraction.zip](http://www.cs.bgu.ac.il/~rafico/LineExtraction.zip)
- [InterfaceMatLab2/BinJihad](#)

1841
16 P. Zonis et vend. @ Mr De Farge, 1 annee souveni plein 300 240
17 Vende a M Couchy 2. 2. 240
18 P. Vende a M Vieuxtemps, doubles flts 2. 2. 240
19 P. (vendu en juillet 1841) a M Natton, officier de cavalerie, sans charge, le 4 pie de 300
20 P. Vende a M Doehmuhl, de Frankfurt 2. 2. 300
21 P. Vende a M Bauguet 2. 2. 300
22 P. Vende a M Cazelas (Mr veuf) 2. 2. 300
23 P. Vende a M Gand de Laval 2. 2. 200
24 P. ~~Vende a M Gussin, pour charges, demande de venir
a la fin de 1841, mais s'il n'est pas allé
au bout de l'affaire, le prix sera de 300
en cas d'achèvement de 1842.~~ 300 240
25 P. Vende a M Colbrogue 2. 2. 240
26 P. Vende a M Dountaine 2. 2. 300
27 P. Vende a M Gondinet, et de Mr de Laval 2. 2. 300 240
28 P. Vende a M Boulard 2. 2. 240
29 P. Vende a M Raver de Douray 2. 2. 300 200
30 P. ~~Vende a M Pagillard, et de Mr de Douray 2. 2. 300 240~~
31 P. Vende au Conservatoire, pour de Mr Beaupont, 2. 2. 300 240
32 P. Vende a M Charmoy 2. 2. 240
33 P. Vende a M Montaubry, doubles flts 2. 2. 240
34 P. Vende a M Boke doubles flts 2. 2. 240

1841
16 P. Zonis et vend. @ Mr De Farge, 1 annee souveni plein 300 240
17 Vende a M Couchy 2. 2. 240
18 P. Vende a M Vieuxtemps, doubles flts 2. 2. 240
19 P. (vendu en juillet 1841) a M Natton, officier de cavalerie, sans charge, le 4 pie de 300
20 P. Vende a M Doehmuhl, de Frankfurt 2. 2. 300
21 P. Vende a M Bauguet 2. 2. 300
22 P. Vende a M Cazelas (Mr veuf) 2. 2. 300
23 P. Vende a M Gand de Laval 2. 2. 200
24 P. ~~Vende a M Gussin, pour charges, demande de venir
a la fin de 1841, mais s'il n'est pas allé
au bout de l'affaire, le prix sera de 300
en cas d'achèvement de 1842.~~ 300 240
25 P. Vende a M Colbrogue 2. 2. 240
26 P. Vende a M Dountaine 2. 2. 300
27 P. Vende a M Gondinet, et de Mr de Laval 2. 2. 300 240
28 P. Vende a M Boulard 2. 2. 240
29 P. Vende a M Raver de Douray 2. 2. 300 200
30 P. ~~Vende a M Pagillard, et de Mr de Douray 2. 2. 300 240~~
31 P. Vende au Conservatoire, pour de Mr Beaupont, 2. 2. 300 240
32 P. Vende a M Charmoy 2. 2. 240
33 P. Vende a M Montaubry, doubles flts 2. 2. 240
34 P. Vende a M Boke doubles flts 2. 2. 240