Outils pour le traitement et l'analyse d'images

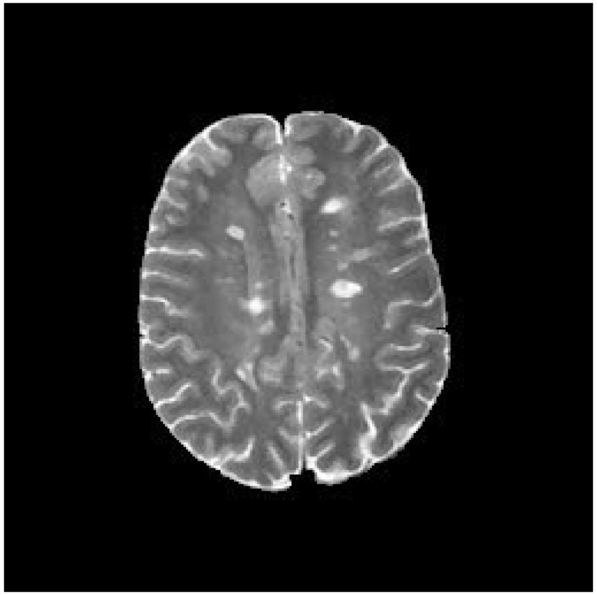
- Session : Recalage d'images
  - Définition du recalage
  - Méthodes pour recaler deux images
    - Utilisation de points d'intérêt
    - Critères de similarité iconique
  - Transformer une image : interpolation

Pourquoi recaler ?

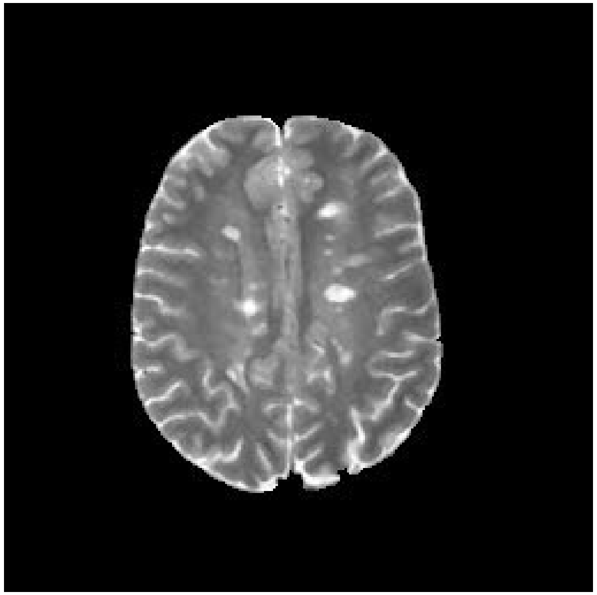
http://www.usherbrooke.ca/bleu/offres/techno_info/image_fusion.html

Pourquoi recaler ?

Suivi de l'évolution de plaques de sclérose en plaques (SEP) en IRM (étude d'impact d'un médicament)



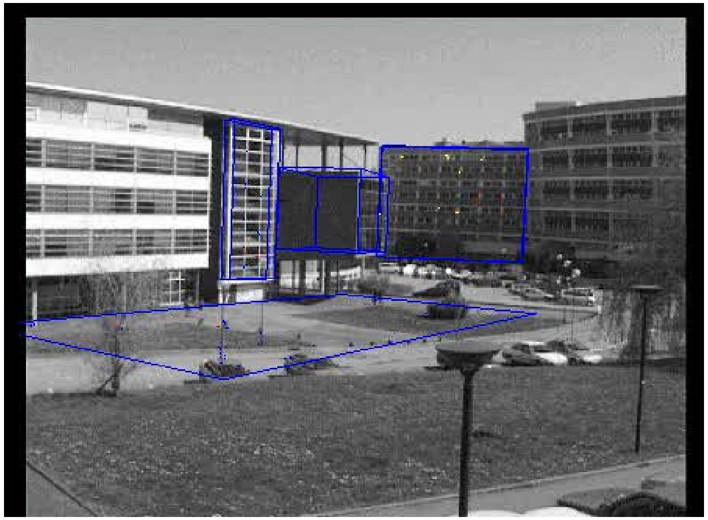
Avant recalage

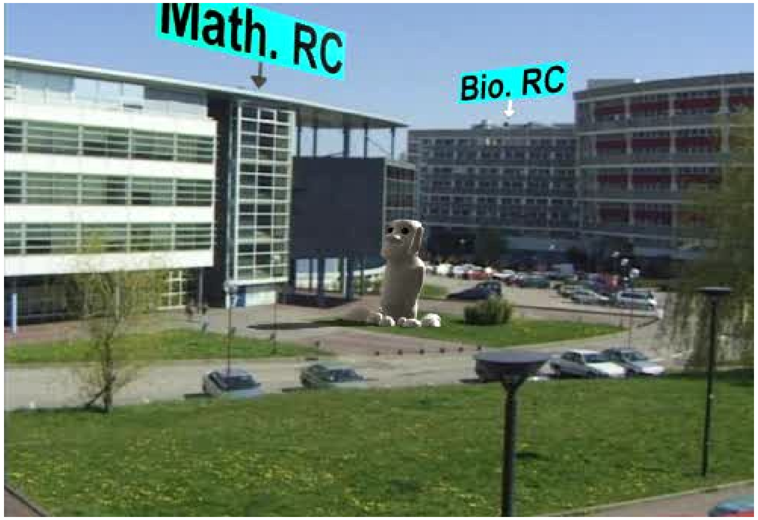


Après recalage

Rôle du recalage - Stéréovision

- Mettre en correspondance des bouts d'image (points, contours, patchs,...)
  - Pour estimer le mouvement de la caméra
  - Pour reconstruire la scène
  - Ou les deux en même temps...

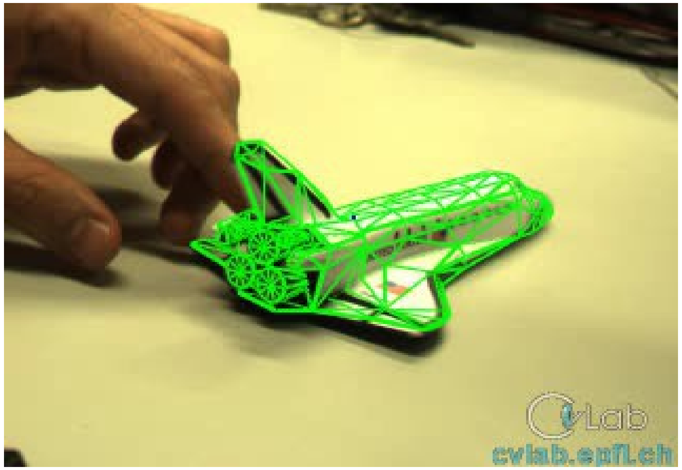




http://magrit.loria.fr/pages/arisResults.html

Rôles du recalage – Vision robotique

- En plus de la stéréovision
  - Détection de mouvements/changements, contrôle qualité
  - Suivi de personnes/véhicules, estimation de trajectoires
  - Identification d'objets dans une base de données de formes
  - Identification d'une scène dans une base de données d'images ou par rapport à un modèle
  - ...



http://cvlab.epfl.ch/research/augm/augmented.php

Définition formelle

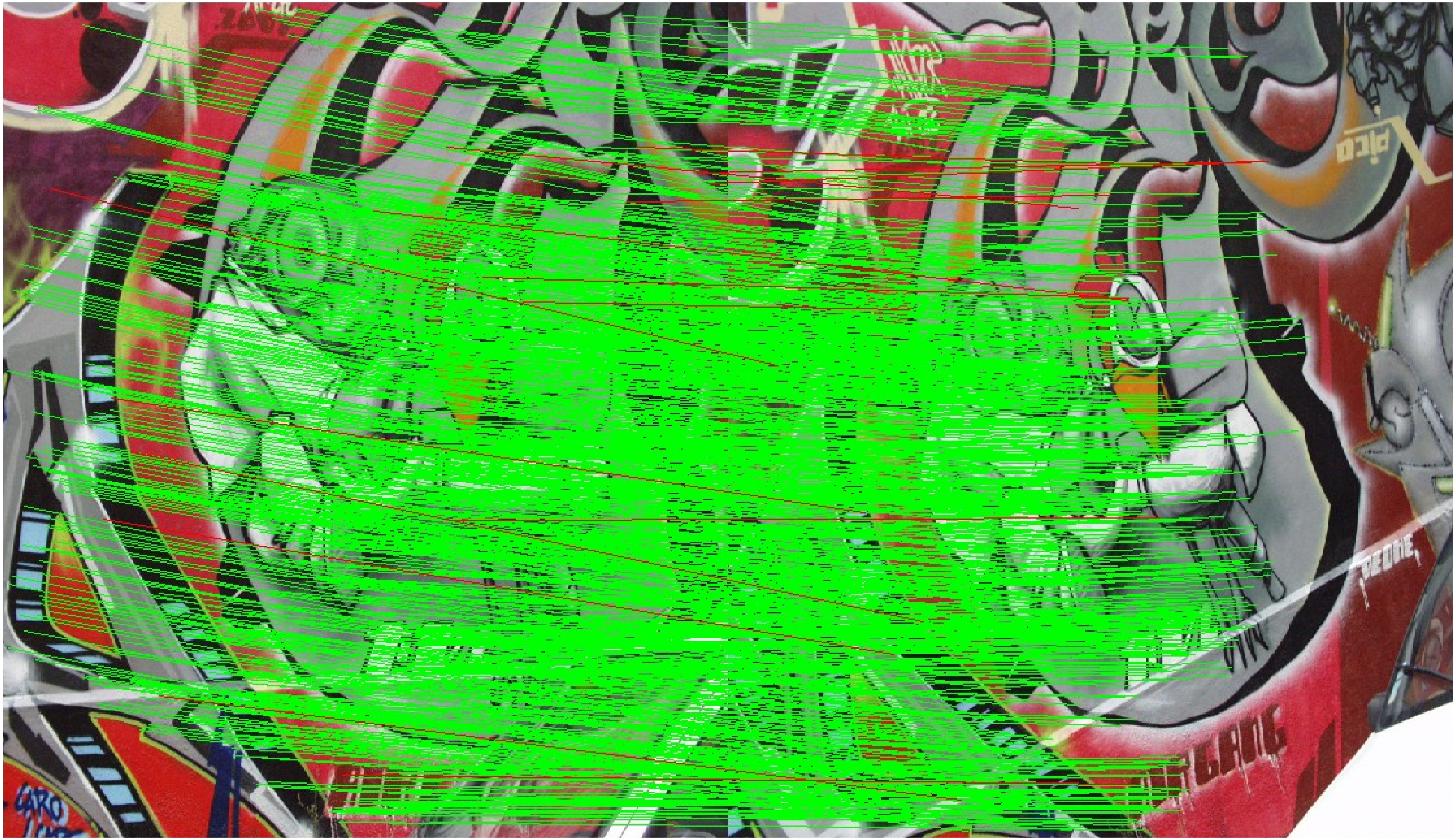
- Trouver une transformation optimale entre des données images correspondantes

$$\min_{T} C\left(I_{1,} I_2 \circ T\right)$$

- I_1, I_2 : données images
  - Valeurs des pixels ou informations extraites (ex : points d'intérêt)
- T : transformation géométriques recherchée ($I_2 \circ T(i,j) = I_2(T(i,j))$)
  - Choisie dans une classe de transformations acceptables
- C : critère d'optimalité
  - Mesure la qualité de la correspondance (bonne superposition visuelle)
  - À minimiser ou maximiser

Recalage à base de points

Recalage à base de points



Recalage à base de points

- Hypothèses
  - Un nombre N de points d'intérêt sont extraits des images (cf cours suivant)
    - $\{P^i_1\}$ dans l'image I_1 et $\{P^i_2\}$ dans l'image I_2
  - Un appariement est disponible
    - Pour tout i, P^i_1 et P^i_2 se correspondent physiquement
  - On peut recaler, i.e. retrouver T, en minimisant la distance quadratique moyenne

$$d_T^2(I_1, I_2) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left| P_1^i - T(P_2^i) \right|^2$$

    - T étant prise dans une classe de transformations adéquate au problème

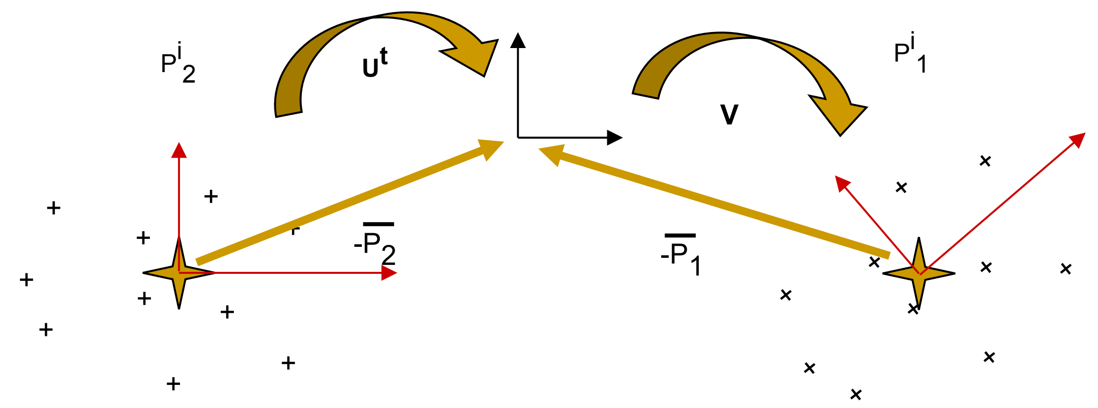
Types de transformations

- Transformation rigide
  - Rotation ($\boldsymbol{R}$) + translation (t) : $P_1=\boldsymbol{R}P_2+t$
  - Isométrie (conserve les distances)
  - <u>Recalage rigide</u> : à partir de N=3
- Transformation affine
  - $P_1=\boldsymbol{A}P_2+t$ ($\boldsymbol{A}$ quelconque mais det($\boldsymbol{A}$) > 0)
  - Conserve les droites parallèles
  - <u>Recalage affine</u> (rigide + zoom +shear/warp) : à partir de N=3
- Transformation projective
  - $p_1=(s_u,s_v,s)^t=\boldsymbol{A}P_2+t=\boldsymbol{M}(x,y,z,1)^t$ ($\boldsymbol{M}$ est une matrice 3x4)
  - conserve les droites
  - <u>Recalage2D/3D</u> : à partir de N=5
- Transformations non-rigides
  - Polynomiales, bases radiales, non-paramétriques (solutions d'une équa dif)… N grand !

Cas du recalage rigide : axes principaux

- Minimiser l'erreur $E = \sum_{i=1}^{N} \left| P_1^i - RP_2^i - T \right|^2$
- Modélisation hiérarchique d'un solide
  - Un point : centre de gravité
  - Un ellipsoïde : 3 axes d'inertie avec longueurs
  - …
- Nuage de points sur un solide : P_i
  - Centre de gravité : $\bar{P} = \sum_i P_i / N$
  - Matrice d'inertie : $I_P = \sum_i P_i P_i^t = USU^t$
    - U: matrice de rotation alignant les axes d'inertie sur les axes du repère (matrice de changement de repère)
    - S=diag(s_k) : variances le long de chaque axe

Méthode des axes principaux



Centres de gravité : $\bar{P}_2 = \sum_i P^i_2 / N$ $\bar{P}_1 = \sum_i P^i_1 / N$

Matrices d'inertie : $I_2 = \sum_i (P^i_2 - \bar{P}_2)(P^i_2 - \bar{P}_2)^t = USU^t$ $I_1 = \sum_i (P^i_1 - \bar{P}_1)(P^i_1 - \bar{P}_1)^t = VSV^t$

$$\boxed{R = VU^t \qquad T = \bar{P}_1 - R\,\bar{P}_2}$$

- La méthode des axes principaux ne considère pas l'appariement point à point
  - Calcul de la moyenne et de la variance indépendamment pour chaque ensemble de points
  - Puis synthèse du recalage

Méthode de Procuste

- Problème de Procuste orthogonal :
  - Trouver R tel que $|RA-B|_F$ est minimum
  - $|M|_F$: norme de Fröbenius = $\sqrt{\sum_{i,j} m_{i,j}^2}$
- Solution (P.Schönemann, 1964)

$$\boxed{R = VU^t \quad \text{avec} \quad BA^t = M = VSU^t}$$

- Supposons que T=0

$$E = \sum_{i=1}^{N} \left| P_1^i - R P_2^i \right|^2 = |RA - B|_F^2 \quad \text{avec} \quad A = [P_2^1 \ldots P_2^N] \text{ et } B = [P_1^1 \ldots P_1^N]$$

- Méthode:
  - Centrer les nuages de points par rapport à leur barycentre
  - Calculer R avec la méthode de Procuste
  - En déduire $\boxed{T = \bar{P}_1 - R\,\bar{P}_2}$
  - Attention : même formule en apparence pour R mais les matrices U et V sont différentes

Appariement de points

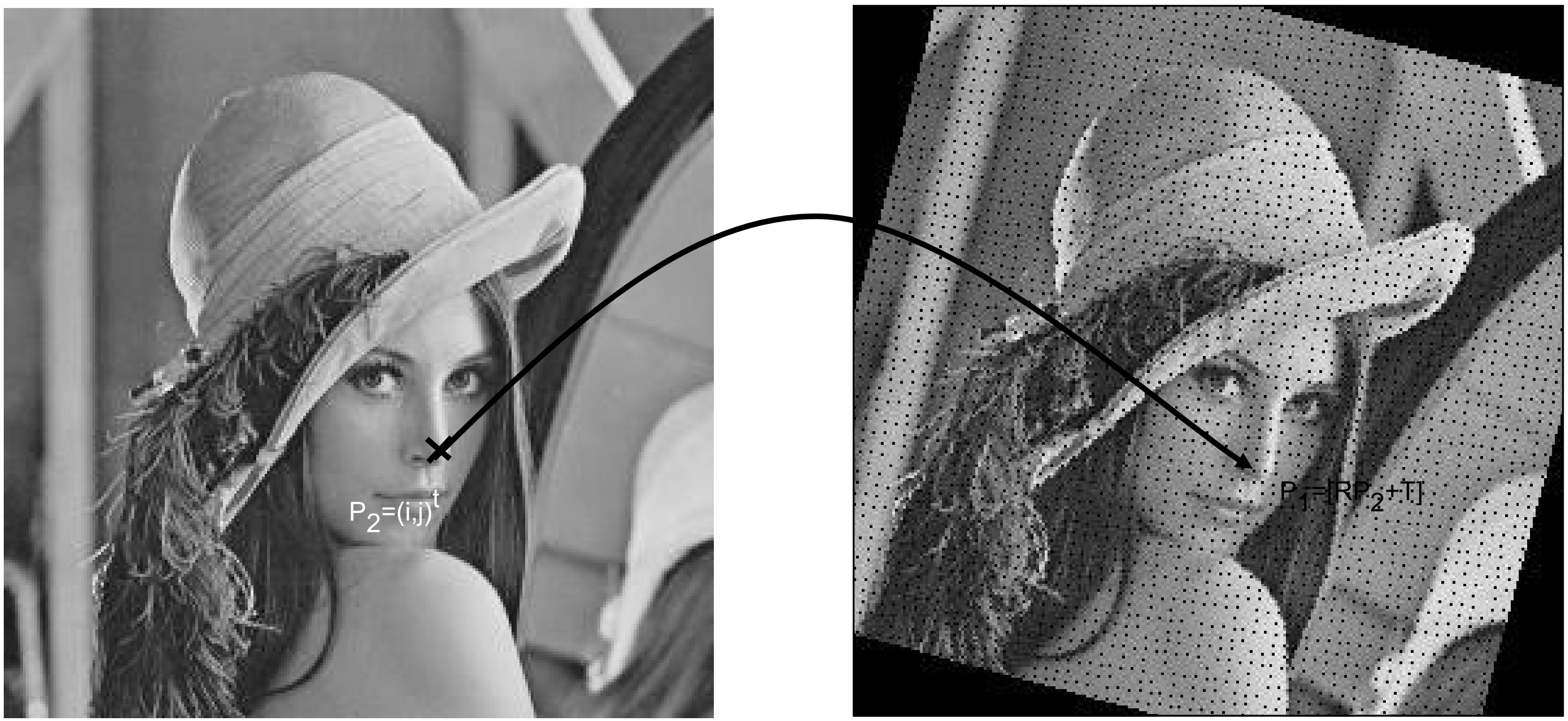
$$d_T^2(I_1, I_2) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left|P_1^i - T(P_2^i)\right|^2$$

- Critère de base
  - On apparie avec le point le plus proche (après transformation)
- Prise en compte de l'apparence locale
  - Un vecteur de caractéristiques locales est associé à chaque point
    - Ex1: une imagette entourant le point → critères iconiques
    - Ex2: vecteur de caractéristiques de SIFT (cf cours précédent)

Critères de similarité

- Utilisés comme critère C de recalage
  - Pour une transformation T acceptable, on calcule $C(I_1,I_2oT)$
  - On essaie « toutes » les transformations acceptables et on prend celle qui donne le critère optimal → problème de l'optimisation
- Exemple du recalage rigide
  - Défini par 3 paramètres :θ,t_x,t_y
  - $C(I_1,I_2oT) = f(\theta,t_x,t_y;I_1,I_2)$ → minimisation multivariée
- Comment transformer une image ?
  - Interpolation
- Critères vus aujourd'hui
  - rms=root mean square error
  - Corrélation
  - Information mutuelle
    - Notion d'histogramme bi-dimensionnel

Transformation d'image : cas simple (1)



- Rotation de 15 degrés

$$R=\begin{bmatrix}\cos(15°) & -\sin(15°)\\ \sin(15°) & \cos(15°)\end{bmatrix} \quad \text{et} \quad T=(I-R)\begin{pmatrix}w/2\\ h/2\end{pmatrix}$$

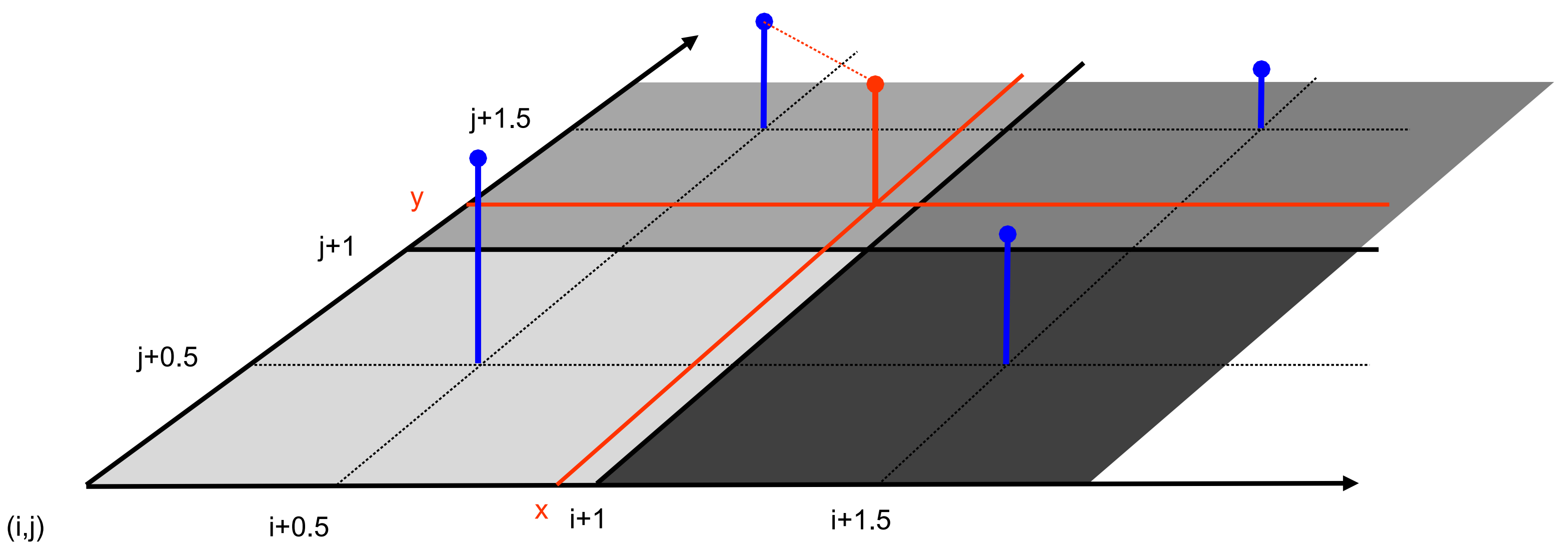
- Problèmes:
  - On ne tombe pas sur un pixel entier
  - On n'atteint pas tous les pixels

Transformation d'image : cas simple (2)

- Transformation inverse
- On atteint tous les pixels
  - Mais on ne tombe toujours pas sur un pixel entier : interpolation

Interpolation sub-pixelique

- But
  - On connaît les valeurs de I(i,j) pour (i,j) entiers
  - Quelle est la valeur de I(x,y) pour (x,y) réels ?
- Remarque préliminaire
  - Il faut « placer » les pixels : le meilleur choix est de placer I(i,j) en (i+0.5,j+0.5)
- Premier choix : plus proche voisin (*nearest neighbour*)

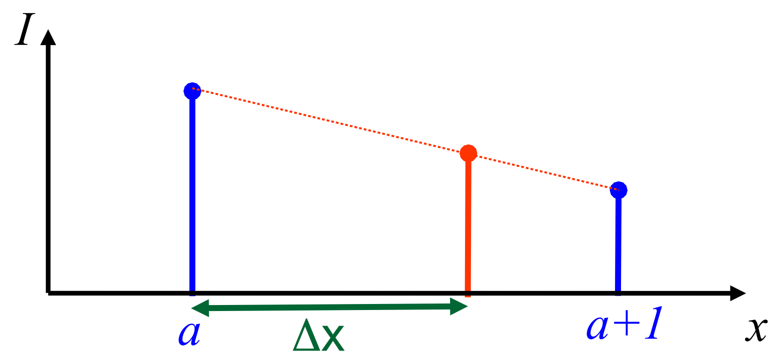


Plus proche voisin

- Très rapide
- Crénelage (aliasing)

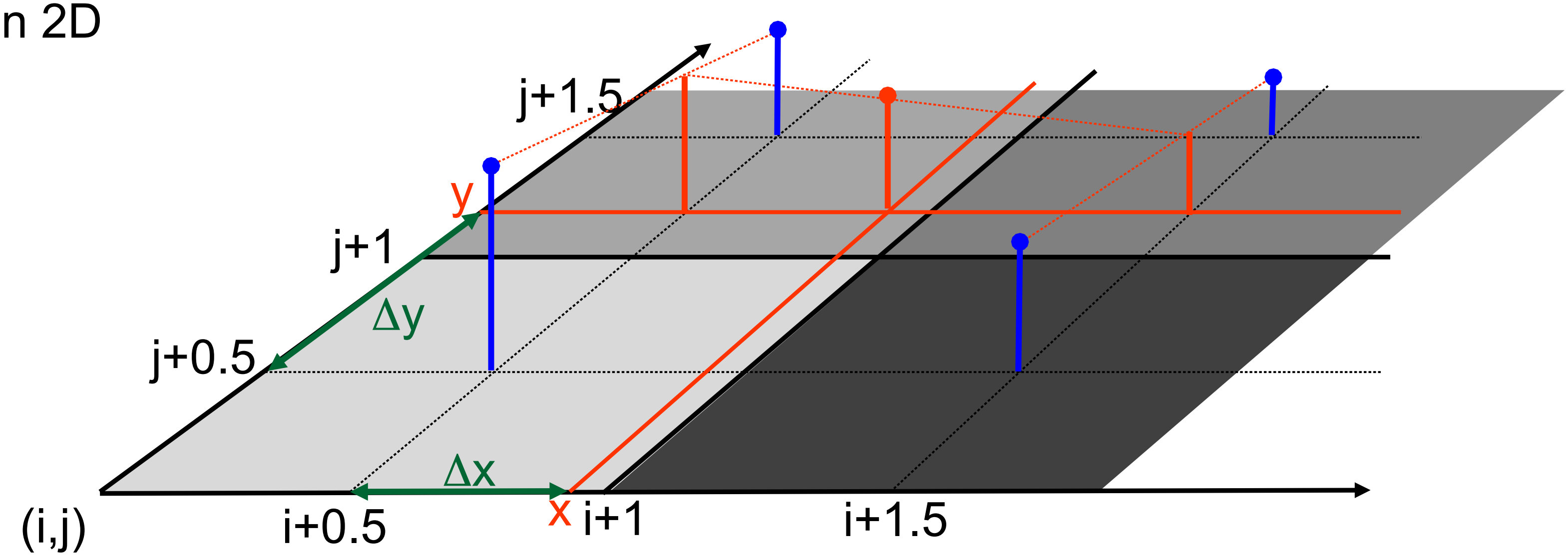
Interpolation linéaire

RAPPEL: en 1D



$I(x)=(1-\Delta x)I(a)+\Delta x I(a+1)$

En 2D



Interpolation linéaire

- Assez rapide
- Résultat lisse
- Un peu de flou

RMS

$$\mathrm{rms}(I_1, I_2) = \sqrt{\frac{\sum_{(i,j)} \left(I_1(i,j) - I_2(i,j)\right)^2}{N}}$$

- Chaque image est vue comme un vecteur
- Norme du vecteur différence
- Normalisation par la taille N du vecteur
  - Problème de l'overlapping: ne considérer que les pixels ayant des valeurs viables dans les deux images

Corrélation

- RMS ne résiste pas aux variations de luminosité/contraste
  - Avantage si c'est une contrainte réaliste car on est plus discriminant
  - Souvent inconvénient dans les images réelles
- Critère de corrélation normalisé centré

$$\gamma(I_1, I_2) = \frac{1}{N} \frac{\sum_{(i,j)} \left(I_1(i,j) - \bar{I}_1\right)\left(I_2(i,j) - \bar{I}_2\right)}{\sigma_1 \sigma_2} = \frac{1}{\sigma_1 \sigma_2} \left(\frac{\sum_{(i,j)} I_1(i,j) I_2(i,j)}{N} - \bar{I}_1 \bar{I}_2 \right)$$

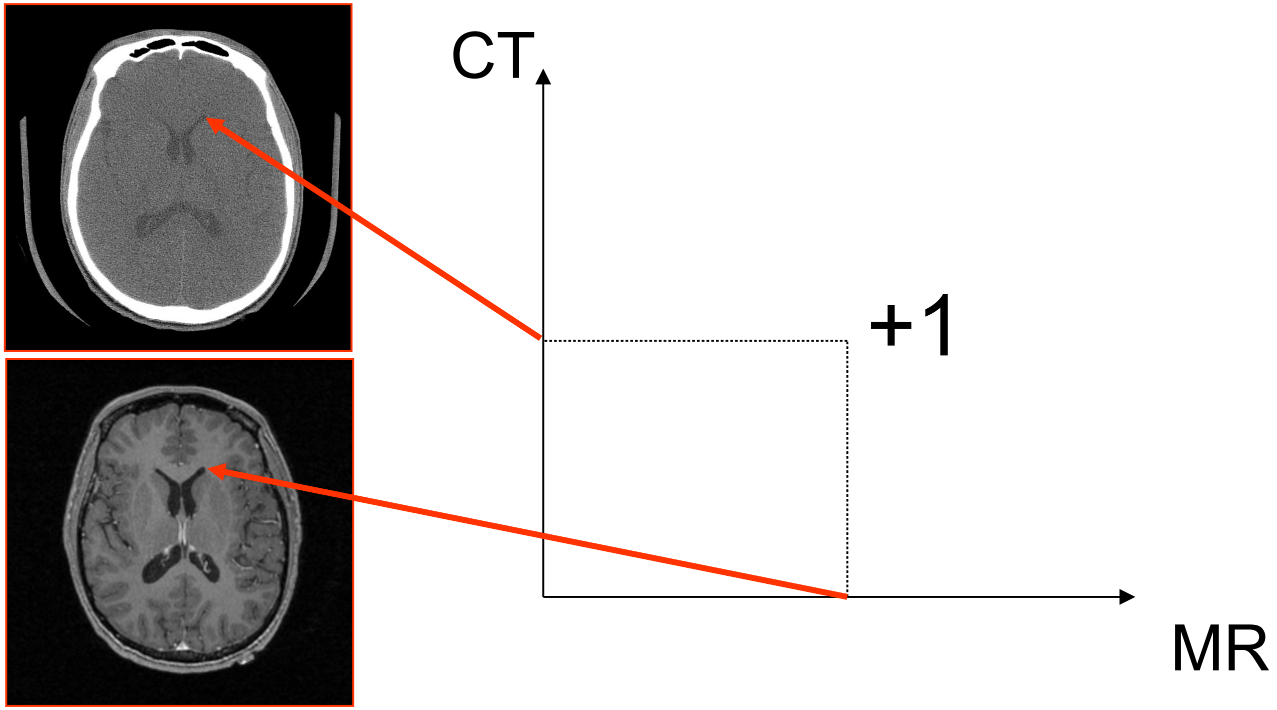
  - Centrage par la moyenne : résistance aux variations de luminosité
  - Normalisation par l'écart-type : résistance aux variations de contraste
  - Critère à optimiser
  - Valeurs comprises entre -1 et 1
  - Vaut 1 si relation affine entre I_2 et I_1: $I_2(i,j) = aI_1(i,j) + b$

Améliorations de ces critères

- Ni RMS ni corrélation ne sont robustes
  - La présence de quelques valeurs aberrantes (ex bruit) peut déplacer de beaucoup la position de l'optimum
- RMS et corrélation ne sont applicables que sous des hypothèses limitées
  - Égalité stricte pour RMS
  - Relation affine pour corrélation
- Variations rencontrées : appliquer un pré-traitement aux images pour se ramener aux conditions d'usage des critères

Histogramme 2D

- Autre point de vue : plus statistique
  - La possibilité de recaler implique qu'on « voit » les mêmes objets
  - Hypothèse de relation entre les intensités des deux images
    - Corrélation=relation affine
    - On peut faire mieux : cette relation apparaît dans l'histogramme 2D

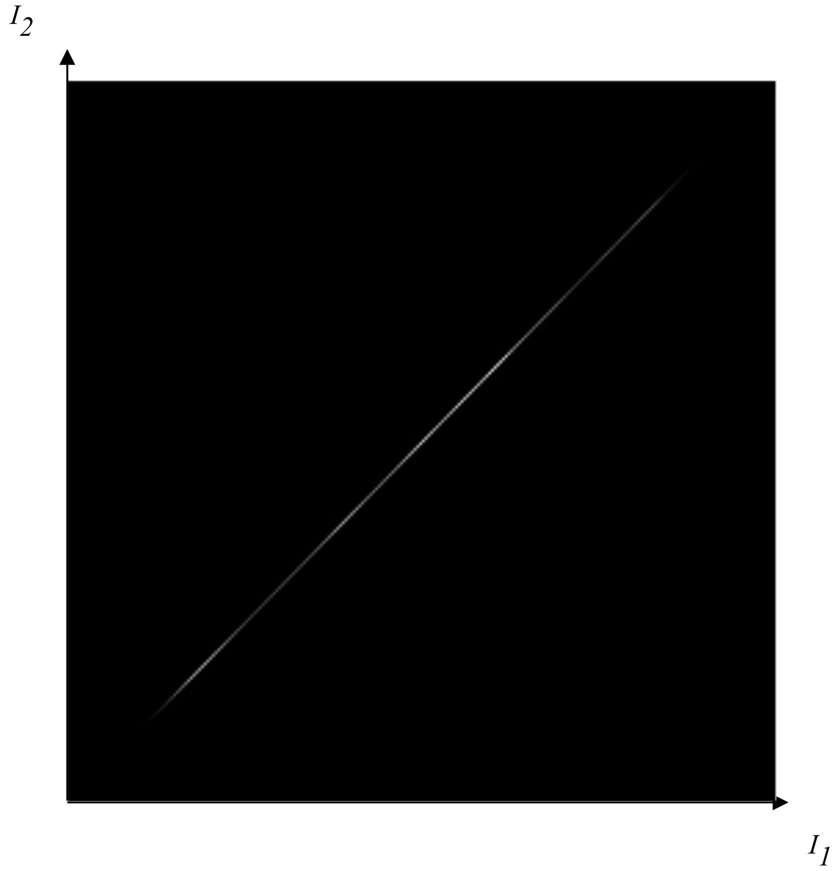


Exemple d'histogramme 2D

- Même image (recalage parfait)

I_1

I_2

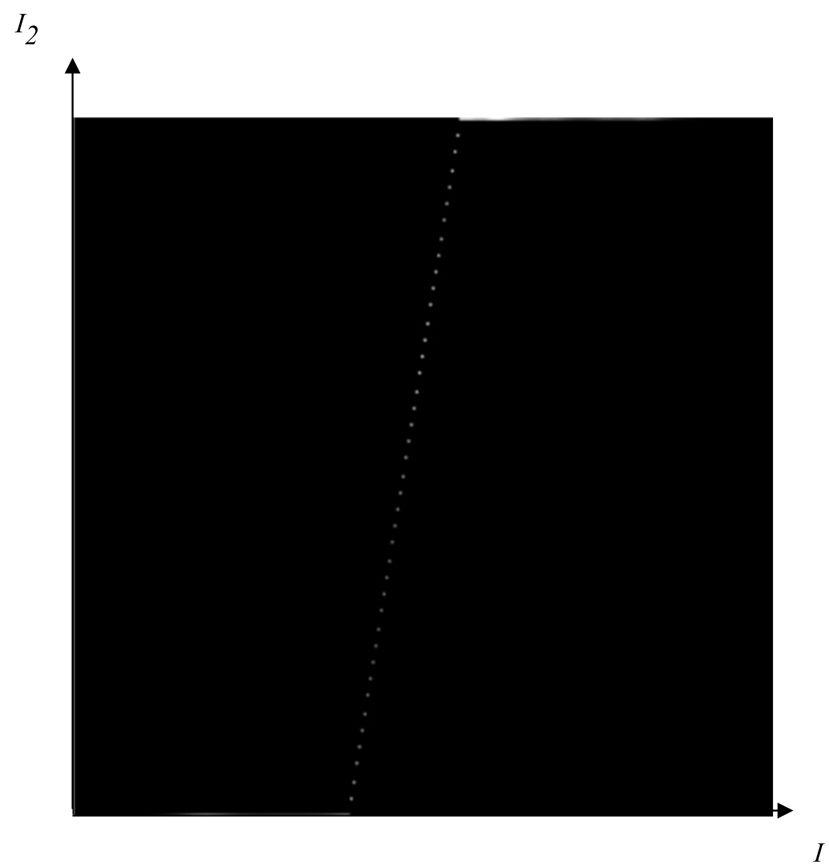


Exemple d'histogramme 2D (2)

- Modification luminosité/contraste

I_1

I_2



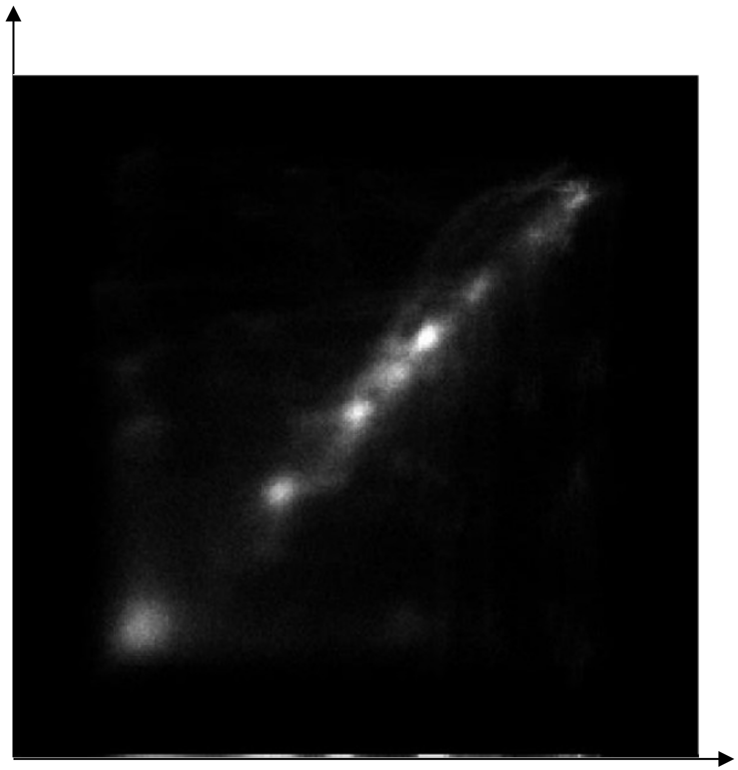
Exemple d'histogramme 2D (3)

- Transformation rigide

I_1

I_2

I_2



I_1

Information mutuelle

- Histogramme 2D = probabilité conjointe d'occurrence d'un couple d'intensités $p(v_1,v_2)$
- Entropie conjointe : $$H(I_1,I_2) = -\sum_{v_1,v_2} p(v_1,v_2)\log\left(p(v_1,v_2)\right)$$
  - mesure du « désordre » dans l'histogramme 2D → à minimiser
  - Pas robuste au problème de l'overlapping
- Information mutuelle $$I(I_1,I_2) = \sum_{v_1,v_2} p(v_1,v_2)\log\left(\frac{p(v_1,v_2)}{p(v_1)p(v_2)}\right)$$
  - Mesure la quantité d'information redondante entre les deux images : à maximiser
  - Critère robuste
    - À l'overlapping
    - De manière générale aux valeurs aberrantes
  - Mais favorise solutions ou la quantité de « fond » égale la quantité d'« objets » (si plusieurs solutions optimales)
  - Lié à l'entropie conjointe $$I(I_1,I_2) = H(I_1) + H(I_2) - H(I_1,I_2)$$
  - Utilisation la plus courante: critère normalisé $$Y(I_1,I_2) = \frac{H(I_1)+H(I_2)}{H(I_1,I_2)}$$

Optimisation des critères

$$T_{opt} = \underset{T}{\operatorname{argmin}}\, C\left(I_1, I_2 \circ T\right)$$

- Selon la classe de T, plus ou moins de paramètres
  - Au moins 3 (en 2D) pour rigide
  - Pas de formule d'inversion directe
- De nombreux optima locaux
  - Procédure d'optimisation itérative
    - Hill climbing(très (trop ?) simple)
    - Powell :
      - À base de descente de gradient
      - Pas de formulation explicite de la dérivée du critère
    - Levenberg-marquardt
      - Nécessite la dérivée du critère (cf [Maes] pour la calculer dans le cas rigide en 3D)
  - Accélération
    - Calcul des probas sur un échantillon statistiques de données (cf [Mattes])
- Ces critères iconiques sont
  - Précis, à condition qu'une bonne initialisation soit disponible (faible largeur de puits de convergence autour de l'optimum)

Conclusion : pour aborder un problème de recalage...

- Bien choisir son image de référence
  - L'autre image sera transformée
  - Donc autant prendre l'image de résolution maximale comme référence
- Bien choisir sa classe de transformation
  - Connaissance a priori sur le phénomène à l'origine du décalage
  - Régularisation de l'optimisation
- Bien choisir son critère
  - Points : rapide, formule directe (Procuste), marche même en présence de grands décalages
  - Iconiques : précis, ne nécessite pas d'extraire des points/structures d'intérêt ni de les apparier, marche avec des images très différentes (IM)
- Deep learning
  - régression des paramètres de la transformation
  - OU image de la déformation (translation pour chaque pixel)
  - OU apprend détecteur des points