

Modélisation et prévision

Séries chronologiques - Séance 4 Modèles d'intervention

Frédéric Sur
École des Mines de Nancy

<https://members.loria.fr/FSur/enseignement/modprev/>

Séance 4

- 1 Modèles d'intervention
 - Tendance déterministe
 - Modèles d'intervention

- 2 Exemple

- 3 Conclusion

Chronique avec tendance

1. Tendance « stochastique ».

Ex : marche aléatoire $X_{t+1} = X_t + \varepsilon_t$
avec (ε_t) bruit blanc.

2. Tendance « déterministe ».

Ex : $X_t = f(t) + u_t$
avec (u_t) stationnaire et...

- $f(t) = a + bt$
- $f(t) = a + bt + ct^2$
- etc.

→ on peut s'en sortir avec modèle ARIMA (différentiation) :

$$(1 - B)^d X_t = v_t$$

avec $\Phi(B)v_t = \Theta(B)\varepsilon_t$

Tendance déterministe

$X_t = f(t) + u_t$ avec u_t stationnaire.

On peut aussi estimer (régression) les paramètres a, b, c, \dots
de f simultanément aux paramètres du modèle ARMA
sur u_t .

- modèle ARMA :

$$X_t = f(t) + \frac{\Theta(B)}{\Phi(B)}\varepsilon_t$$

- ou modèle ARIMA si tendance stochastique en plus :

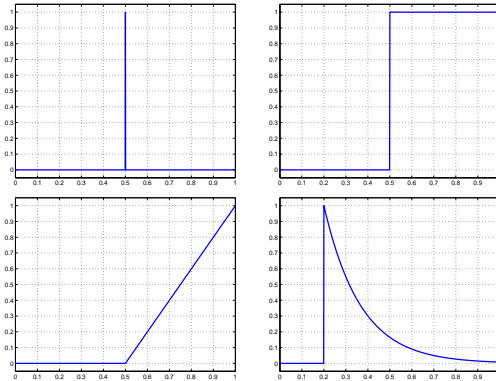
$$(1 - B)^d X_t = (1 - B)^d f(t) + \frac{\Theta(B)}{\Phi(B)}\varepsilon_t$$

- ou SARIMA...

Cas particulier

Intérêt : permet de traiter aussi les cas où

$$f(t) = \mu + \alpha I_t^{t_0} \text{ avec } I_t^{t_0} \text{ de la forme :}$$



→ Modèles d'**intervention** (SARIMA pas adapté pour X_t).

Question : l'intervention est-elle significative ?
(i.e. α est-il significativement non nul ?)

5/15

Modélisation et
prévision

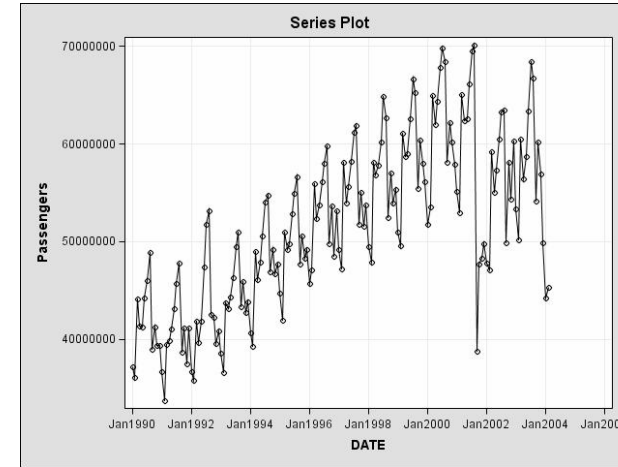
F. Sur - ENSMN

Modèles
d'intervention
Tendance déterministe
Modèles
d'intervention

Exemple

Conclusion

Exemple : trafic aérien aux USA



Trafic aérien aux États-Unis de janvier 1990 à décembre 2003.
Effet du 11 septembre 2001 ?

6/15

Modélisation et
prévision

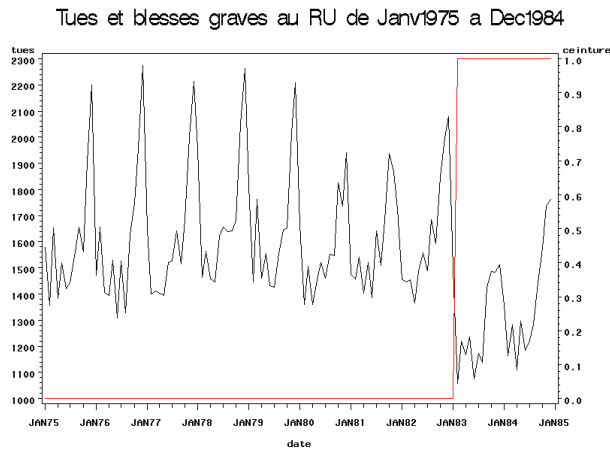
F. Sur - ENSMN

Modèles
d'intervention
Tendance déterministe
Modèles
d'intervention

Exemple

Conclusion

Exemple : effet d'une loi



Effet de la ceinture de sécurité obligatoire au 1er janvier 1983 ?

7/15

Modélisation et
prévision

F. Sur - ENSMN

Modèles
d'intervention
Tendance déterministe
Modèles
d'intervention

Exemple

Conclusion

Les modèles d'intervention

Problème des « ruptures de tendance » : la chronique n'est pas stationnaire, et ne peut pas être stationnarisée par dérivation.

→ Les *modèles d'intervention* permettent d'intégrer dans la modélisation un phénomène **ponctuel** (éventuellement avec effet long terme, pouvant s'atténuer avec le temps).
(Box & Tao 1975, Jenkins 1976)

Exemples :

- changement de réglementation,
- événement climatique,
- grève,
- attentat...

8/15

Modélisation et
prévision

F. Sur - ENSMN

Modèles
d'intervention
Tendance déterministe
Modèles
d'intervention

Exemple

Conclusion

Modèles d'intervention : méthodologie

Chronique : X_t Intervention : $I_t^{t_0}$

1 Dériver X_t pour la stationnariser, « à l'intervention près » (éventuellement ordre π si saisonnalité);

2 Même dérivation sur $I_t^{t_0}$;

3 Estimation de $\tilde{\alpha}$, $\tilde{\mu}$, et u_t stationnaire tel que :

$$(1 - B)^d X_t = \tilde{\mu} + \tilde{\alpha}(1 - B)^d I_t^{t_0} + u_t$$

4 Identification d'un ARMA (SARMA) sur les résidus u_t :

$$u_t = \frac{\Theta(B)}{\Phi(B)} \varepsilon_t \quad \text{avec } \varepsilon_t \text{ b.b.g.}$$

$$\text{et : } (1 - B)^d X_t = \mu + \alpha(1 - B)^d I_t^{t_0} + \frac{\Theta(B)}{\Phi(B)} \varepsilon_t$$

(réestimation de α, μ dans ce modèle.)

Modélisation et
prévision

F. Sur - ENSMN

Modèles
d'intervention

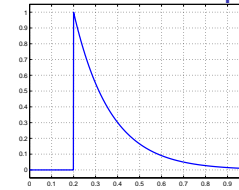
Tendance déterministe

Modèles
d'intervention

Exemple

Conclusion

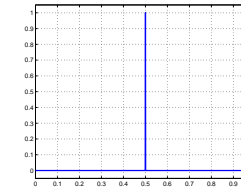
Intervention adaptée aux données



→ Comment adapter la vitesse de décroissance aux données?

$$X_t = \frac{\alpha}{1 - \delta B} I_t^{t_0} + u_t$$

avec : $0 < \delta < 1$ et $I_t^{t_0} =$



d'où : $X_t = \alpha I_t^{t_0} + \alpha \delta^2 I_{t-1}^{t_0} + \dots + \alpha \delta^n I_{t-n}^{t_0} + \dots + u_t$

Généralisation : $X_t = \frac{\Omega(B)}{\Delta(B)} I_t^{t_0} + u_t$, avec :

- $\Omega(B) = \omega_0 - \omega_1 B - \dots - \omega_s B^s$ ($\alpha \leftrightarrow \omega_0$)
- $\Delta(B) = 1 - \delta_1 B - \dots - \delta_r B^r$

Vocabulaire : $\frac{\Omega(B)}{\Delta(B)}$ = fonction de transfert.

Modélisation et
prévision

F. Sur - ENSMN

Modèles
d'intervention

Tendance déterministe

Modèles
d'intervention

Exemple

Conclusion

9/15

10/15

Le modèle d'intervention général

Modèle final : $X_t = \frac{\Omega(B)}{\Delta(B)} I_t^{t_0} + R_t$

où les « résidus » R_t sont un processus SARIMA, i.e.,

$$\Phi_q(B)\Phi_Q(B^P) \left((1 - B)^d (1 - B^\pi)^D R_t - \mu \right) = \Theta_p(B)\Theta_P(B^P)\varepsilon_t$$

ou :

$$(1 - B)^d (1 - B^\pi)^D X_t = \mu + (1 - B)^d (1 - B^\pi)^D \frac{\Omega(B)}{\Delta(B)} I_t^{t_0} + \frac{\Theta_q(B)\Theta_Q(B^P)}{\Phi_p(B)\Phi_P(B^P)} \varepsilon_t$$

→ $\frac{\Omega(B)}{\Delta(B)} I_t^{t_0}$ représente dans le modèle la perturbation sur X_t due à l'événement à t_0 .

→ cas simple : $\frac{\Omega(B)}{\Delta(B)} = \alpha$ (constante)

ou $\frac{\Omega(B)}{\Delta(B)} = \frac{\alpha}{1 - \delta B}$ avec $I_t^{t_0} = \ll \text{Dirac} \gg$.

Modélisation et
prévision

F. Sur - ENSMN

Modèles
d'intervention

Tendance déterministe

Modèles
d'intervention

Exemple

Conclusion

Séance 4

- 1 Modèles d'intervention
 - Tendance déterministe
 - Modèles d'intervention

- 2 Exemple

- 3 Conclusion

Modélisation et
prévision

F. Sur - ENSMN

Modèles
d'intervention

Tendance déterministe

Modèles
d'intervention

Exemple

Conclusion

11/15

12/15

Exemple SAS

Chronique ozone

- pollution moyenne mensuelle dans la ville de Los Angeles de 1955 à 1972.
- une loi imposant le pot catalytique a été appliquée à partir de janvier 1960
- cette loi a-t-elle un impact significatif ?

Modélisation et
prévision

F. Sur - ENSMN

Modèles
d'intervention

Tendance déterministe

Modèles
d'intervention

Exemple

Conclusion

13/15

Séance 4

- 1 Modèles d'intervention
 - Tendance déterministe
 - Modèles d'intervention
- 2 Exemple
- 3 Conclusion

Modélisation et
prévision

F. Sur - ENSMN

Modèles
d'intervention

Tendance déterministe

Modèles
d'intervention

Exemple

Conclusion

14/15

Conclusion

Modèle d'intervention :

$$X_t = \alpha I_t^{t_0} + R_t$$

avec $R_t =$ processus SARIMA.

- pour prendre en compte une *rupture de tendance* dans la chronique,
- permet de mesurer la significativité de l'impact d'un événement donné sur une chronique (et de quantifier l'impact).

Modélisation et
prévision

F. Sur - ENSMN

Modèles
d'intervention

Tendance déterministe

Modèles
d'intervention

Exemple

Conclusion

15/15