Cours GIMAS8AD

Modélisation et prévision

Séries chronologiques - Séance 8

Modèles ARCH et GARCH

Frédéric Sur
École des Mines de Nancy

https://members.loria.fr/FSur/enseignement/modprev/

Séance 7

Modélisation et prévision
F. Sur - ENSMN
Limites des modèles ARMA (SARIMA)
Résidus gaussiens
Cours de l'action Danone
Propriétés des séries financières
Les modèle ARCH
Définition
Propriétés
Identification
Tests d'effet ARCH
Modèles GARCH
Définition
Identification
Modèles à erreur GARCH
Sous SAS
Conclusion

Rappel

Modélisation ARMA d'un processus stationnaire :

$$X_t = m + \frac{\Phi(B)}{\Theta(B)}\varepsilon_t$$

avec (ε_t) bruit blanc **gaussien**.

$\rightarrow$ *hypothèse de gaussianité.*
Important pour : validité intervalles de confiance, maximum de vraisemblance, espérance conditionnelle vue comme un projecteur linéaire...

et : **non-corrélation** $\Longrightarrow$ **indépendance**.

Modélisation et prévision
F. Sur - ENSMN
Limites des modèles ARMA (SARIMA)
Résidus gaussiens
Cours de l'action Danone
Propriétés des séries financières
Les modèle ARCH
Définition
Propriétés
Identification
Tests d'effet ARCH
Modèles GARCH
Définition
Identification
Modèles à erreur GARCH
Sous SAS
Conclusion

Processus ARMA avec résidus gaussiens

$$X_t = m + \frac{\Phi(B)}{\Theta(B)}\varepsilon_t = m + \sum_{j=0}^{+\infty} a_j \varepsilon_{t-j}$$

avec (ε_t) bruit blanc **gaussien**.

$\rightarrow$ sous-classe des processus stationnaires : processus linéaires Gaussiens (stationnaires).

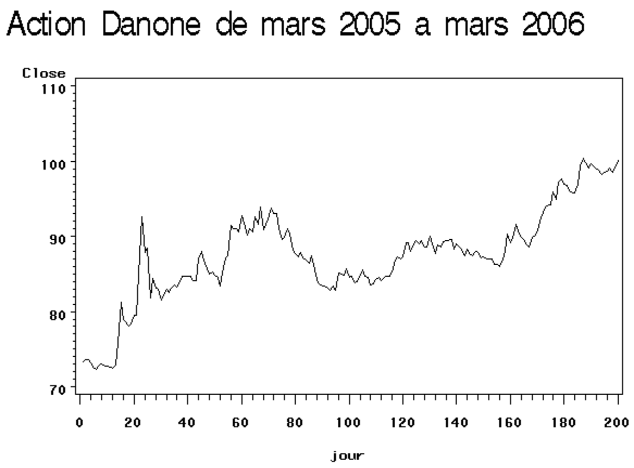
En particulier :

- Kurtosis : $\forall t,\ \kappa(X_t) = \text{Cste} = 3$ (sous SAS : 0)
- Skewness : $\forall t,\ s(X_t) = \text{Cste} = 0$.

$\rightarrow$ la distribution des (X_t) est aussi « plate » que la gaussienne, et symétrique.

Modélisation et prévision
F. Sur - ENSMN
Limites des modèles ARMA (SARIMA)
Résidus gaussiens
Cours de l'action Danone
Propriétés des séries financières
Les modèle ARCH
Définition
Propriétés
Identification
Tests d'effet ARCH
Modèles GARCH
Définition
Identification
Modèles à erreur GARCH
Sous SAS
Conclusion

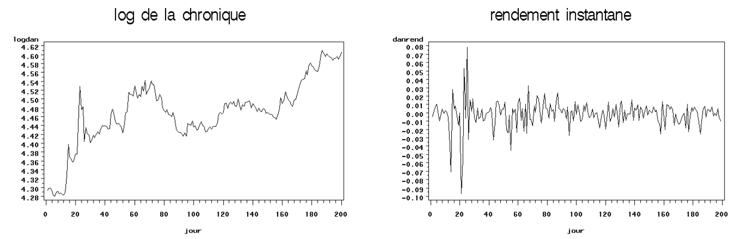
Exemple : cours de l'action Danone (1)



$\rightarrow$ non stationnaire.

Exemple : cours de l'action Danone (2)

Modélisation et prévision
F. Sur - ENSMN
Limites des modèles ARMA (SARIMA)
Résidus gaussiens
Cours de l'action Danone
Propriétés des séries financières
Les modèle ARCH
Définition
Propriétés
Identification
Tests d'effet ARCH
Modèles GARCH
Définition
Identification
Modèles à erreur GARCH
Sous SAS
Conclusion



Rendement instantané (*return*) : $r_t = \nabla \log(X_t)$.

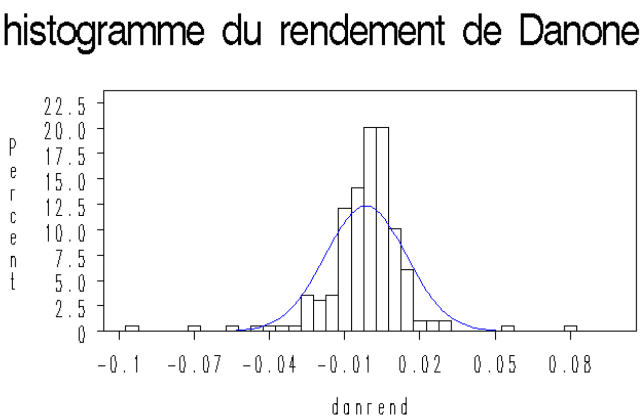
Analogie avec actif non-risqué et temps continu :
$\mathrm{d}X = X \cdot r \cdot \mathrm{d}t$ donc $X(t) = X_0 e^{rt}$ et $\nabla \log(X(t)) = r$.

Observations sur la distribution des r_t :

- périodes de *forte volatilité* $\rightarrow$ distribution « aplatie » ;
- volatilité plus faible à la hausse qu'à la baisse ?
  $\rightarrow$ asymétrie par rapport à la valeur moyenne.

Exemple : cours de l'action Danone (3)

Modélisation et prévision
F. Sur - ENSMN
Limites des modèles ARMA (SARIMA)
Résidus gaussiens
Cours de l'action Danone
Propriétés des séries financières
Les modèle ARCH
Définition
Propriétés
Identification
Tests d'effet ARCH
Modèles GARCH
Définition
Identification
Modèles à erreur GARCH
Sous SAS
Conclusion

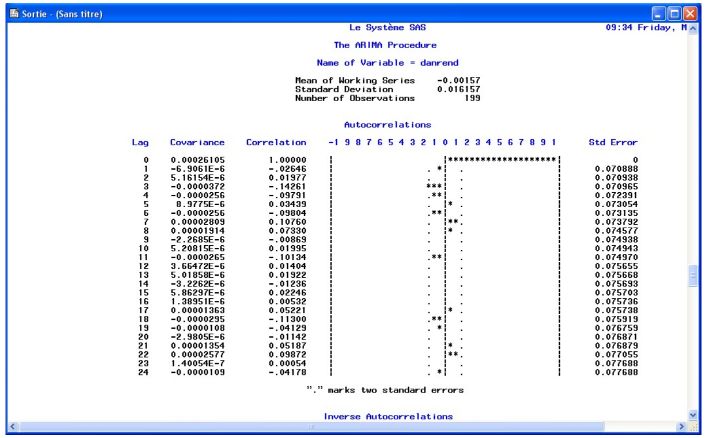


Distribution à **queue épaisse** : Kurtosis $\simeq$ 10.48
Asymétrie : Skewness $\simeq$ -1.00

Remarque : contradictoire avec modèle ARMA Gaussien pour (r_t).

Exemple : cours de l'action Danone (4)

Modélisation et prévision
F. Sur - ENSMN
Limites des modèles ARMA (SARIMA)
Résidus gaussiens
Cours de l'action Danone
Propriétés des séries financières
Les modèle ARCH
Définition
Propriétés
Identification
Tests d'effet ARCH
Modèles GARCH
Définition
Identification
Modèles à erreur GARCH
Sous SAS
Conclusion


Sortie - (Sans titre)

Le Système SAS 09:34 Friday, M

The ARIMA Procedure

Name of Variable = danrend

Mean of Working Series -0.00157
Standard Deviation 0.016157
Number of Observations 199

Autocorrelations

Lag	Covariance	Correlation	-1 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 1	Std Error
0	0.00026105	1.00000	|********************	0
1	-6.9061E-6	-.02646	. *| .	0.070888
2	5.16154E-6	0.01977	. | .	0.070938
3	-0.0000372	-.14261	***| .	0.070965
4	-0.0000256	-.09791	.**| .	0.072391
5	8.9775E-6	0.03439	. |* .	0.073054
6	-0.0000256	-.09804	.**| .	0.073135
7	0.00002809	0.10760	. |**.	0.073792
8	0.00001914	0.07330	. |* .	0.074577
9	-2.2685E-6	-.00869	. | .	0.074938
10	5.20815E-6	0.01995	. | .	0.074943
11	-0.0000265	-.10134	.**| .	0.074970
12	3.66472E-6	0.01404	. | .	0.075655
13	5.01858E-6	0.01922	. | .	0.075668
14	-3.2262E-6	-.01236	. | .	0.075693
15	5.86297E-6	0.02246	. | .	0.075703
16	1.38951E-6	0.00532	. | .	0.075736
17	0.00001363	0.05221	. |* .	0.075738
18	-0.0000295	-.11300	.**| .	0.075919
19	-0.0000108	-.04129	. *| .	0.076759
20	-2.9805E-6	-.01142	. | .	0.076871
21	0.00001354	0.05187	. |* .	0.076879
22	0.00002577	0.09872	. |**.	0.077055
23	1.40054E-7	0.00054	. | .	0.077688
24	-0.0000109	-.04178	. *| .	0.077688

"." marks two standard errors

Inverse Autocorrelations

ACF du rendement : bruit blanc gaussien ?

Exemple : cours de l'action Danone (5)

Sortie - (Sans titre)

```
                         Le Système SAS                      09:34 Friday, M

                       The ARIMA Procedure

               Autocorrelation Check for White Noise

   To        Chi-             Pr >
  Lag      Square     DF     Khi2     --------------------Auto-corrélations--------------------

    6        8.57      6    0.1990    -0.026     0.020    -0.143    -0.098     0.034    -0.098
   12       14.44     12    0.2736     0.108     0.073    -0.009     0.020    -0.101     0.014
   18       18.09     18    0.4499     0.019    -0.012     0.022     0.005     0.052    -0.113
   24       21.70     24    0.5971    -0.041    -0.011     0.052     0.099     0.001    -0.042
```

Portmanteau du rendement : bruit blanc gaussien ?

Exemple : cours de l'action Danone (6)

Sortie - (Sans titre)

```
                         Le Système SAS                      09:34 Friday, M

                       The ARIMA Procedure

                  Name of Variable = danrend2

             Mean of Working Series     0.000264
             Standard Deviation         0.000927
             Number of Observations          199

                         Autocorrelations

 Lag    Covariance    Correlation    -1 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 1      Std Error

   0    8.59712E-7        1.00000    |                    |********************|             0
   1    2.29893E-7        0.26741    |                  . |*****               |      0.070888
   2    1.95767E-7        0.22771    |                  . |*****               |      0.075788
   3    6.74534E-8        0.07846    |                  . |** .                |      0.079151
   4    2.72735E-7        0.31724    |                  . |******              |      0.079541
   5    1.64325E-9        0.00191    |                  . |   .                |      0.085664
   6    1.27894E-8        0.01488    |                  . |   .                |      0.085664
   7    2.01155E-7        0.23398    |                  . |*****               |      0.085677
   8    1.28832E-7        0.14985    |                 .  |***.                |      0.088830
   9    5.29369E-8        0.06158    |                 .  |*   .               |      0.090091
  10    1.46571E-9        0.00170    |                 .  |    .               |      0.090302
  11    1.12088E-7        0.13038    |                 .  |***.                |      0.090303
  12    3.71317E-8        0.04319    |                 .  |*   .               |      0.091244
  13      -4.08E-8         -.04746   |                 . *|    .               |      0.091346
  14    -4.0338E-8         -.04692   |                 . *|    .               |      0.091470
  15    -3.1923E-8         -.03713   |                 . *|    .               |      0.091591
  16    -4.0226E-8         -.04679   |                 . *|    .               |      0.091667
  17    -3.5774E-8         -.04161   |                 . *|    .               |      0.091787
  18    -8.5322E-9         -.00992   |                 .  |    .               |      0.091881
  19    -3.7002E-8         -.04304   |                 . *|    .               |      0.091887
  20    -2.5524E-8         -.02969   |                 . *|    .               |      0.091988
  21    -5.7043E-9         -.00664   |                 .  |    .               |      0.092036
  22    2.51155E-8        0.02921    |                 .  |*   .               |      0.092038
  23    -1.1029E-8         -.01283   |                 .  |    .               |      0.092085
  24    -1.4565E-8         -.01694   |                 .  |    .               |      0.092094

                   "." marks two standard errors

                     Inverse Autocorrelations
```

Mais : ACF du rendement **au carré**.
→ présence d'autocorrélation. . .

Exemple : cours de l'action Danone (7)

Sortie - (Sans titre)

```
                         Le Système SAS                      09:34 Friday, M

                       The ARIMA Procedure

               Autocorrelation Check for White Noise

   To        Chi-             Pr >
  Lag      Square     DF     Khi2     --------------------Auto-corrélations--------------------

    6       46.92      6    <.0001     0.267     0.228     0.078     0.317     0.002     0.015
   12       67.84     12    <.0001     0.234     0.150     0.062     0.002     0.130     0.043
   18       69.98     18    <.0001    -0.047    -0.047    -0.037    -0.047    -0.042    -0.010
   24       70.90     24    <.0001    -0.043    -0.030    -0.007     0.029    -0.013    -0.017
```

. . .confirmé par Portmanteau du rendement **au carré**.
→ rejet de l'hypothèse de bruit blanc gaussien pour r_t^2.

Conclusion : r_t^2 non indépendants (car présence de corrélations), donc r_t non plus
→ a fortiori r_t n'est pas un b.b. gaussien
(même si absence de corrélations).

Propriétés générales des séries financières

- les chroniques financières ne sont pas stationnaires ;
- les rendements r_t sont stationnaires ;
- kurtosis > 3 : distribution *leptokurtique* ;
  (queue de distribution épaisse)
- skewness < 0 (en tout cas $\neq 0$) : asymétrie ;
- présence de *clusters* de volatilité ;
- les ACF et Portmanteau des rendements font penser à un bruit blanc ;
- mais autocorrélations pour le carré du rendement.

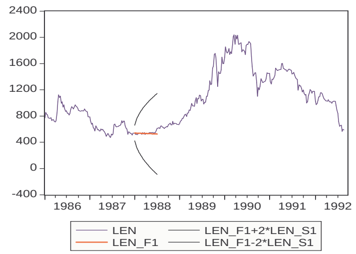
Conclusion : modèle ARMA-Gaussien pas adapté.

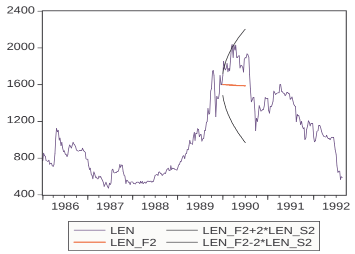
Évaluation de l'incertitude de la prévision

Remarque : avec un modèle à volatilité constante, l'incertitude de la prévision est...

- *surestimée* dans les périodes de volatilité faible,
- *sous-estimée* dans les périodes de volatilité forte.

Exemple : (cours d'action)





(source : Johannes Kepler Universität Linz 2007)

→ problème pour la couverture des risques...

Benoît Mandelbrot (1924-2010)

entretien *Le Monde*, octobre 2009

Dans votre livre, vous dites que "la finance doit abandonner ses mauvaises habitudes et adopter une démarche scientifique". Or il a été dit que la crise était en partie due aux mathématiques financières, avec lesquelles on avait conçu des produits trop sophistiqués dont personne ne mesurait les risques. Qu'en pensez-vous ?

Les gens ont pris une théorie inapplicable - celle de Merton, Black et Scholes, issue des travaux de Bachelier qui datent de 1900 -, et qui n'avait aucun sens. Je l'ai proclamé depuis 1960. Cette théorie ne prend pas en compte les changements de prix instantanés qui sont pourtant la règle en économie. Elle met des informations essentielles sous le tapis. Ce qui fausse gravement les moyennes. Cette théorie affirme donc qu'elle ne fait prendre que des risques infimes, ce qui est faux. Il était inévitable que des choses très graves se produisent. Les catastrophes financières sont souvent dues à des phénomènes très visibles, mais que les experts n'ont pas voulu voir. Sous le tapis, on met l'explosif !

Merton & Scholes : Prix de la Banque de Suède en sciences économiques en mémoire d'Alfred Nobel 1997

Modélisation et prévision
F. Sur - ENSMN
Limites des modèles ARMA (SARIMA)
Résidus gaussiens
Cours de l'action Danone
Propriétés des séries financières
Les modèle ARCH
Définition
Propriétés
Identification
Tests d'effet ARCH
Modèles GARCH
Définition
Identification
Modèles à erreur GARCH
Sous SAS
Conclusion

Séance 7

Modélisation et prévision
F. Sur - ENSMN
Limites des modèles ARMA (SARIMA)
Résidus gaussiens
Cours de l'action Danone
Propriétés des séries financières
Les modèle ARCH
Définition
Propriétés
Identification
Tests d'effet ARCH
Modèles GARCH
Définition
Identification
Modèles à erreur GARCH
Sous SAS
Conclusion

Le modèle ARCH (1982 : Robert Engle - Nobel 2003)

Nouveau modèle (non linéaire) pour les chroniques stationnaires, davantage adapté à la modélisation stochastique des séries financières.

Définition : ARCH(p)

(X_t) est un processus ARCH(p) s'il vérifie :

$$X_t = \sqrt{h_t}\,\varepsilon_t$$

avec $h_t = a_0 + \sum_{i=1}^{p} a_i X_{t-i}^2$, où

- $\forall i,\ a_i \geqslant 0$,
- (ε_t) b. b. gaussien $\mathcal{N}(0,1)$.

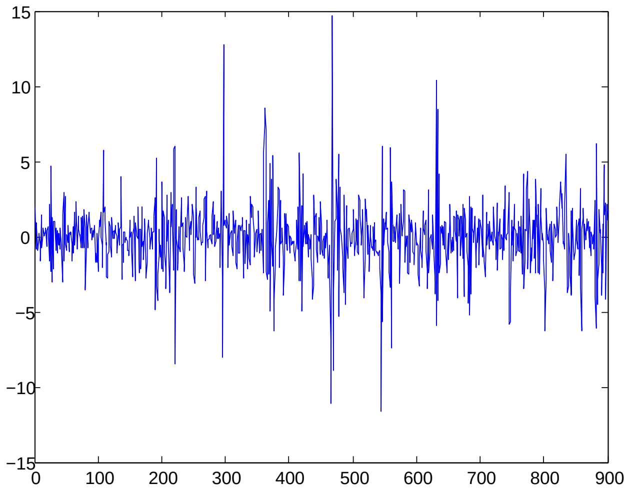
Apport : changements de volatilité (h_t) prédits par les valeurs passées de la chroniques.

→ ne sont pas (uniquement) dus à des causes exogènes...

Modélisation et prévision
F. Sur - ENSMN
Limites des modèles ARMA (SARIMA)
Résidus gaussiens
Cours de l'action Danone
Propriétés des séries financières
Les modèle ARCH
Définition
Propriétés
Identification
Tests d'effet ARCH
Modèles GARCH
Définition
Identification
Modèles à erreur GARCH
Sous SAS
Conclusion

Exemple de simulation

ARCH(1), $a_1 = 0.9$



ARCH : propriétés (cf poly)

$X_t = \sqrt{h_t}\,\varepsilon_t$ avec : $h_t = a_0 + \sum_{i=1}^{p} a_i X_{t-i}^2$

Propriété des ARCH(1) stationnaires (idem pour ARCH(p))

Variance : $\mathrm{Var}(X_t) = a_0/(1-a_1)$

Variance conditionnelle : $\mathrm{Var}(X_t|X_{t-1}) = h_t = a_0 + a_1 X_{t-1}^2$

Kurtosis : $\kappa = 3(1-a_1^2)/(1-3a_1^2)$

$\mathbb{E}(X_t) = \mathbb{E}(\sqrt{h_t}) \cdot \mathbb{E}(\varepsilon_t) = 0$ (variables décorrélées)

si $s > t$ alors

$\mathrm{Cov}(X_t, X_s) = \mathbb{E}(\sqrt{h_t}\varepsilon_t\sqrt{h_s}\varepsilon_s) = \mathbb{E}(\sqrt{h_t}\varepsilon_t\sqrt{h_s}) \cdot \mathbb{E}(\varepsilon_s) = 0.$

Remarques :

- ARCH = *autoregressive conditional heteroscedasticity*,
- Variance conditionnelle croissante avec les valeurs passées de X_t^2.
- bien sûr, non-conditionnellement homoscédastique,
- Kurtosis > 3,
- processus ARCH = bruit blanc faible (non gaussien). (*attention* : non-corrélation mais pas indépendance)

Identification de l'ordre

$$X_t = \sqrt{h_t}\varepsilon_t \quad \text{avec : } h_t = a_0 + \sum_{i=1}^{p} a_i X_{t-i}^2$$

***Propriété* : ARCH(p) et processus AR(p)**

Soit (X_t) ARCH(p) stationnaire t.q. (X_t^2) stationnaire.
Alors (X_t^2) est un processus AR(p) :

$$X_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^{p} a_i X_{t-i}^2 + Z_t$$

où $Z_t = (\varepsilon_t^2 - 1)h_t$ est un *bruit blanc faible (non-gaussien)*.

Justification : $\mathbb{E}(Z_t) = 0$, et si $s > t$: $\mathrm{Cov}(Z_t, Z_s) = \mathbb{E}((\varepsilon_t^2-1)h_t(\varepsilon_s^2-1)h_s) = \mathbb{E}((\varepsilon_t^2-1)h_t h_s)\mathbb{E}(\varepsilon_s^2-1) = 0$

Conclusion : pour identifier p, on regarde PACF de (X_t^2).

Remarque : attention, les intervalles de confiance donnés par SAS sont sous hypothèse de résidus **gaussiens**...

Test (d'absence) d'effet ARCH

Question : les (X_t) étant non-corrélés, y-a-t'il intérêt à utiliser un modèle ARCH ?
Réponse : si les (X_t^2) sont corrélés, **oui**.

Test d'effet ARCH :

(*Q-Test* dans `archtest`, procédure `autoreg` de SAS)

Hypothèse $\mathcal{H}_0$: indépendance des (X_t^2), normaux.

Portmanteau sur (X_t^2) : suit une loi du χ^2 sous $(\mathcal{H}_0)$.

si p-valeur $< 5\%$: *rejet de l'indépendance des* X_t^2.
(donc des X_t)

→ les (X_t^2) peuvent être corrélés, (X_t) peut suivre un ARCH.

Test de Jarque-Bera

$$X_t = \sqrt{h_t}\varepsilon_t$$

où (ε_t) i.i.d. $\sim \mathcal{N}(0,1)$ $\quad (\mathcal{H}_0)$.

Test de Jarque-Bera sur les ε_t :
(*Normality Test* dans la procédure SAS `autoreg`)

$$JB = T\left(\frac{s^2}{6} + \frac{(\kappa-3)^2}{24}\right)$$

suit (asymptotiquement) un χ^2 à deux degrés de liberté sous hypothèse $(\mathcal{H}_0)$.

Séance 7

Le modèle GARCH (1986 : Tim Bollerslev)

Rappel : ARCH $X_t = \sqrt{h_t}\varepsilon_t$ avec : $h_t = a_0 + \sum_{i=1}^{p} a_i X_{t-i}^2$

Définition **: GARCH(p,q)**

(X_t) est un processus GARCH(p,q) s'il vérifie :

$$X_t = \sqrt{h_t}\varepsilon_t$$

avec $h_t = a_0 + \sum_{i=1}^{p} a_i X_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} b_j h_{t-j}$, où

- $\forall i,\ a_i, b_j \geqslant 0$,
- (ε_t) b. b. gaussien $\mathcal{N}(0,1)$ indépendant du passé de X_t.

$\rightarrow$ introduction d'une partie autorégressive pour modéliser un processus "ARCH($+\infty$)".

Intérêt : « persistance » de la volatilité, processus à « mémoire longue ».

Identification de l'ordre

$$X_t = \sqrt{h_t}\varepsilon_t \text{ avec } h_t = a_0 + \sum_{i=1}^{p} a_i X_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} b_j h_{t-j}$$

Propriété **: GARCH(p,q) et ARMA(max(p,q),p)**

Soit (X_t) GARCH(p,q) stationnaire t.q. (X_t^2) stationnaire.
Alors (X_t^2) est un processus ARMA(max(p,q),q) :

$$X_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^{\max(p,q)} (a_i + b_i) X_{t-i}^2 - \sum_{j=1}^{q} b_j Z_{t-j} + Z_t$$

où Z_t $(= X_t^2 - h_t)$ est un bruit blanc faible (non gaussien).

$\rightarrow$ identification de p et q sur ACF/PACF de (X_t^2).

Remarque : ne suffit bien sûr pas. On peut comparer les σ et AIC/SBC de différents modèles candidats...

Modèles de régression à erreur GARCH

Rappels :

- Régression linéaire (multiple) :

$$X_t = a_0 + \sum_{i=1}^{m} a_i Y_t^i + Z_t.$$

- Modèle autorégressif (AR(p)) :

$$X_t = \mu + \sum_{i=1}^{p} \phi_i X_{t-i} + Z_t.$$

Jusque maintenant (cours régression & séries chrono.) : résidus Z_t bruit blanc gaussien (i.i.d. $\sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$).

Raffinement : modèles AR ou GARCH sur les résidus.
$\rightarrow$ Permet de généraliser la régression au cadre des **résidus autocorrélés**, ou **conditionnellement hétéroscédastiques**.

Séance 7

Modélisation et prévision
F. Sur - ENSMN
Limites des modèles ARMA (SARIMA)
Résidus gaussiens
Cours de l'action Danone
Propriétés des séries financières
Les modèle ARCH
Définition
Propriétés
Identification
Tests d'effet ARCH
Modèles GARCH
Définition
Identification
Modèles à erreur GARCH
Sous SAS
Conclusion

Sous SAS : procédure autoreg (1)

1. $X_t = \mu + \text{GARCH}(1,2)$

```
proc autoreg data=chronique;
model X= / archtest garch=(p=2,q=1);
output out=outX r=residX cev=varcondX;
run;
```

Attention. p et q sont inversés sous SAS !!!
`archtest` : teste l'effet ARCH.
`cev` : variance conditionnelle (h_t).

2. $X_t = \text{ARCH}(2)$

```
proc autoreg data=chronique;
model X= / archtest garch=(q=2) noint;
output out=outX r=residX cev=varcondX;
run;
```

Modélisation et prévision
F. Sur - ENSMN
Limites des modèles ARMA (SARIMA)
Résidus gaussiens
Cours de l'action Danone
Propriétés des séries financières
Les modèle ARCH
Définition
Propriétés
Identification
Tests d'effet ARCH
Modèles GARCH
Définition
Identification
Modèles à erreur GARCH
Sous SAS
Conclusion

Sous SAS : procédure autoreg (2)

3. $X_t = a + b \cdot t + \text{GARCH}(1,1)$

```
proc autoreg data=chronique;
model X= t / archtest garch=(p=1,q=1);
output out=outX r=residX cev=varcondX;
run;
```

4. $X_t = \mu + \phi \cdot X_{t-1} + \text{ARCH}(2)$

```
proc autoreg data=chronique;
model X= / nlag=1 archtest garch=(q=2);
output out=outX r=residX cev=varcondX;
run;
```

5. $X_t = \mu + \alpha Y_t + \beta Y_{t-1} + \text{ARCH}(1)$

```
proc autoreg data=chronique;
model X= Y lagY / archtest garch=(q=1);
output out=outX r=residX cev=varcondX;
run;
```

Modélisation et prévision
F. Sur - ENSMN
Limites des modèles ARMA (SARIMA)
Résidus gaussiens
Cours de l'action Danone
Propriétés des séries financières
Les modèle ARCH
Définition
Propriétés
Identification
Tests d'effet ARCH
Modèles GARCH
Définition
Identification
Modèles à erreur GARCH
Sous SAS
Conclusion

Séance 7

1. Limites des modèles ARMA (SARIMA)
   - Résidus gaussiens
   - Cours de l'action Danone
   - Propriétés des séries financières
2. Les modèle ARCH
   - Définition
   - Propriétés
   - Identification
   - Tests d'effet ARCH
3. Modèles GARCH
   - Définition
   - Identification
   - Modèles à erreur GARCH
4. Sous SAS
5. Conclusion

Conclusion

> *A major contribution of the ARCH literature is the finding that apparent changes in the volatility of economic time series may be predictable and result from a specific type of nonlinear dependence rather than exogenous structural changes in variables.*

Berra & Higgins 1993

> *Financial decisions are generally based upon the tradeoff between risk and return ; the econometric analysis of risk is therefore an integral part of asset pricing, portfolio optimization, option pricing and risk management. This paper has presented an example of risk measurement that could be the input to a variety of economic decisions. The analysis of ARCH and GARCH models and their many extensions provides a statistical stage on which many theories of asset pricing and portfolio analysis can be exhibited and tested.*

Engle 2001

Modélisation et prévision
F. Sur - ENSMN

Limites des modèles ARMA (SARIMA)
Résidus gaussiens
Cours de l'action Danone
Propriétés des séries financières
Les modèle ARCH
Définition
Propriétés
Identification
Tests d'effet ARCH
Modèles GARCH
Définition
Identification
Modèles à erreur GARCH
Sous SAS
Conclusion