Modélisation des séries temporelles

Séance « bonus »

1 Exercice ARCH/GARCH

1.1 Données simulées

On simule le processus ARCH(1) $X_t = \sqrt{0.3 + 0.5X_{t-1}^2}\,\varepsilon_t$ avec ε un b.b.g. de variance 1.

Constatez que le code suivant met en évidence un "effet ARCH" :

```
require(fGarch)
require(aTSA)
spec=garchSpec(model=list(mu=0,omega=0.3,alpha=0.5,beta=0))
archsim=garchSim(extended=T,spec,n=300,n.start=10)
plot(archsim)
arch=archsim[,1]
tsdisplay(archsim)
tsdisplay(archsim**2)
arima_arch=arima(arch)
arch.test(arima_arch)
```

On adapte alors un modèle ARCH(1) aux données par :

```
modele=garchFit(~garch(1,0),data=arch,trace=F)
summary(modele)
```

On compare visuellement volatilité imposée et volatilité estimée :

```
plot(modele,which=2)
lines(as.numeric(arch),col=2)
```

Cet exercice est inspiré de : Séries temporelles avec R, par Y. Aragon, Springer, 2011.

1.2 Produit national brut américain

On travaille sur des données du livre : Time Series Analysis and Its Applications : With R Examples (Second Edition), par R.H. Shumway et D.S. Stoffer, Springer, 2006.

Le code suivant charge une chronique représentant le produit national brut trimestriel aux États-Unis entre 1947 et 2002, et crée un rendement (ici un taux de croissance) associé.

```
gnp96 = read.table("http://www.stat.pitt.edu/stoffer/tsa2/data/gnp96.dat.txt")
plot(gnp96[,2])
rend = ts(diff(log(gnp96[, 2])), frequency = 4, start = c(1947, 1));
plot(rend)
```

Justifiez un modèle AR(1) sur `rend`, mais remarquez qu'un effet ARCH peut être mis en évidence sur les résidus.

Identifiez les paramètres d'un modèle AR(1) avec résidus GARCH(1,1).

Comparez l'évolution de la variance conditionnelle dans les deux cas.

Vous pourrez remarquer qu'un modèle AR(1) avec résidus ARCH(1) ne suffit pas à rendre compte de la variation de l'hétéroscédasticité conditionnelle.