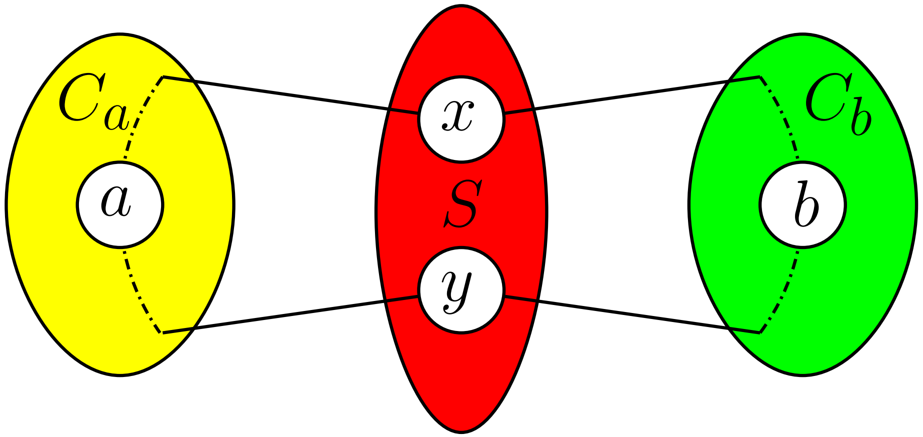
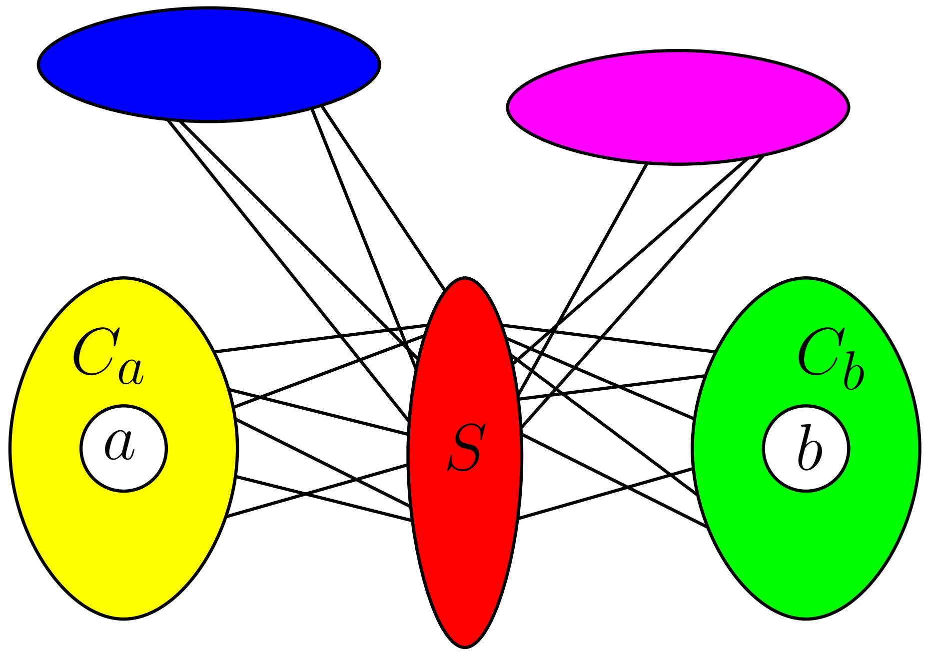
Séparateur $S \subseteq V$:
$G[V \backslash S]$ non connexe



Lemme :
Si G est triangulé, tout séparateur minimal est une clique.

G triangulé non complet :
G admet au moins 2 sommets simpliciaux non adjacents.



2 cas :

- $C_a \cup S$ est une clique
- HR : $\exists x, y \in (C_a \cup S)$ non adjacents

  $x, y \in S$ impossible d'après le lemme.

LexBFS

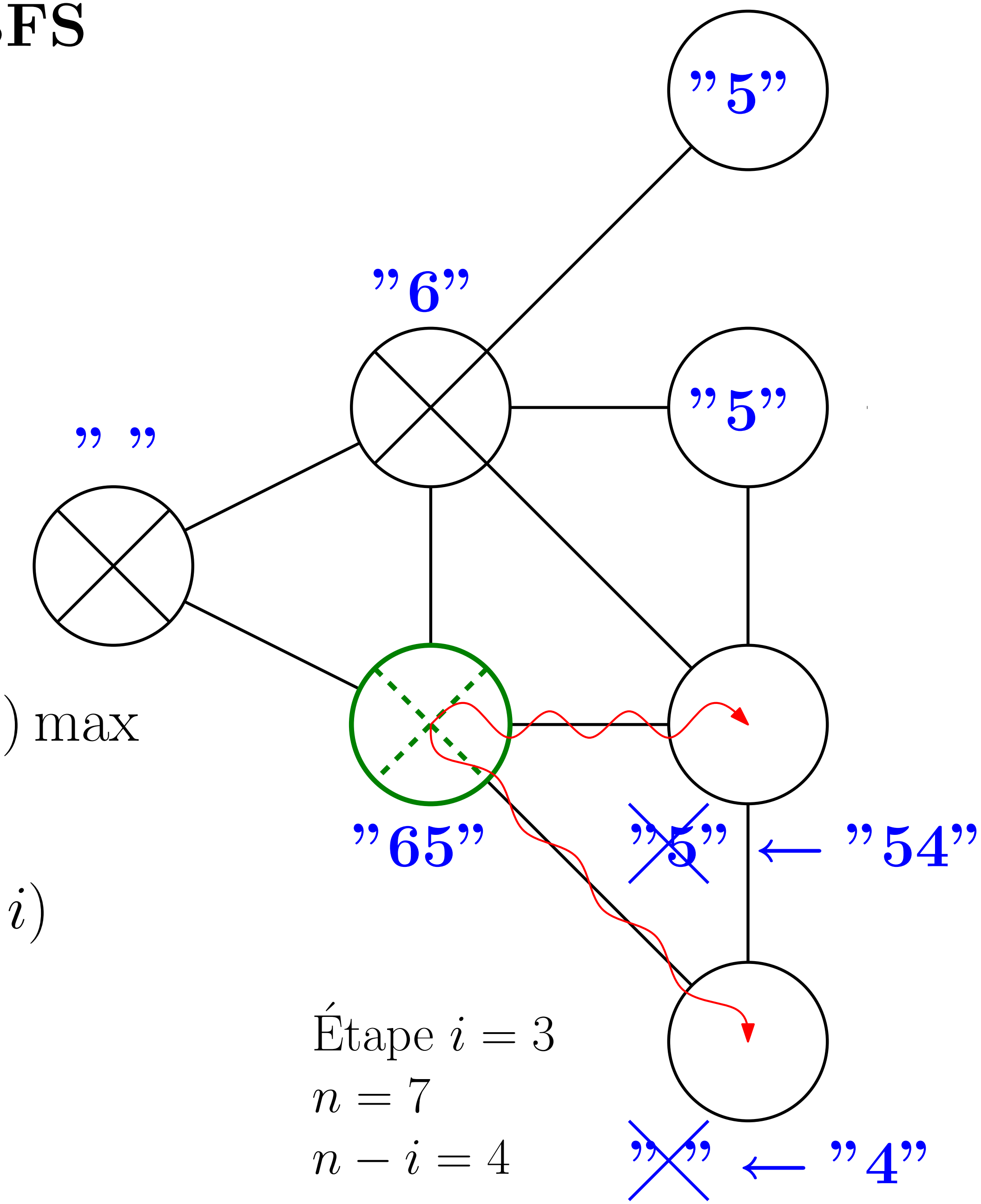
Ordre Lexicographique $\preceq$

- Initialisation : $\forall x, L(x) = $ " "

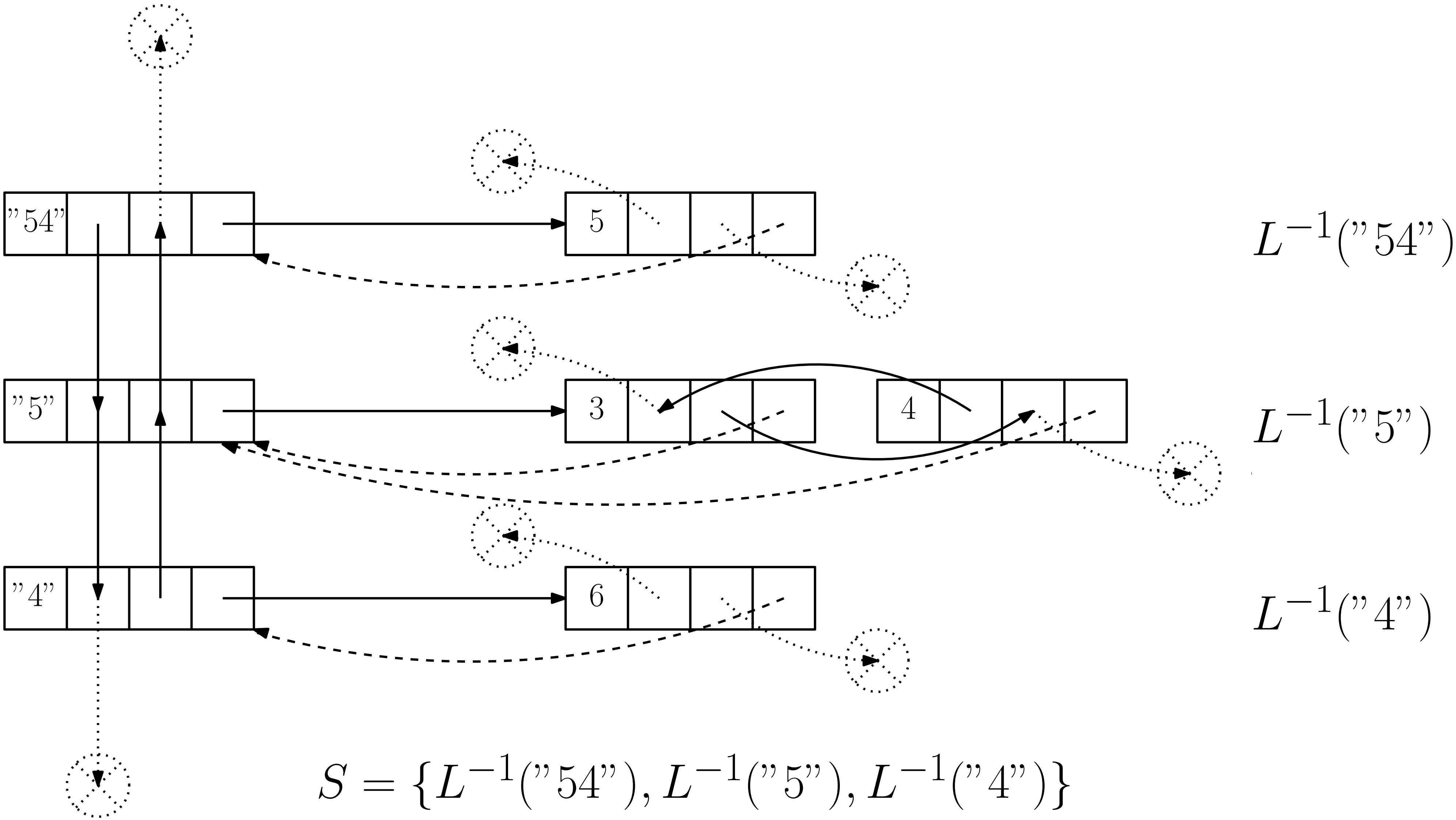
Étape $i \in [\![1, n]\!]$:

- Prendre un sommet x d'étiquette $L(x)$ max
- $x \leftarrow$ Affecter numéro i
- $\forall y \in \mathcal{N}(x)$, faire $L(y) \leftarrow L(y) \cdot (n - i)$

Complexité $O(n+m)$



Affinage de partition



$$S = \{L^{-1}("54"), L^{-1}("5"), L^{-1}("4")\}$$

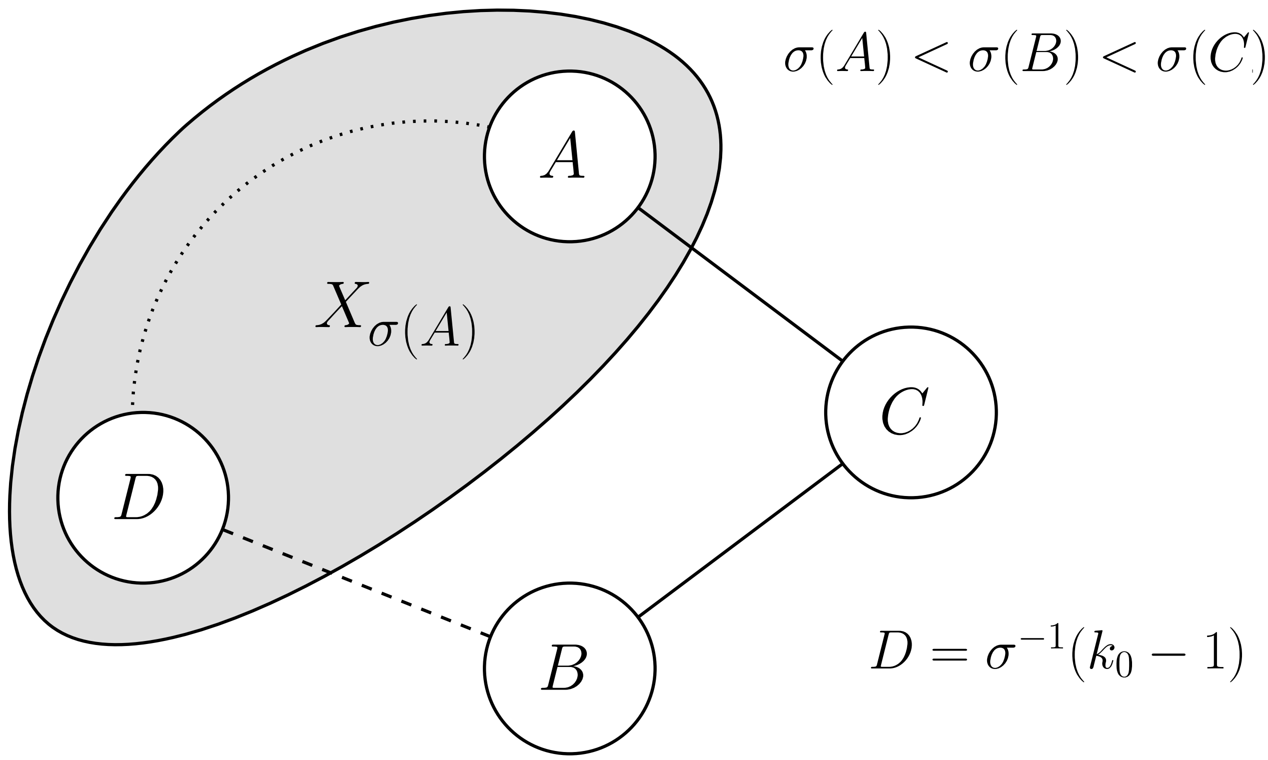
$S =$ ensemble des sommets restant à parcourir

G triangulé, σ ordre LexBFS.
Montrer que $C = \sigma^{-1}(n-1)$ est simplicial

$L_k(x) =$ étiquette de x avant l'itération k

Lemme :
$x, y \in V, 0 \leq k \leq n-1$
$L_k(k) \prec L_k(y)$ et $k \leq \min(\sigma(x), \sigma(y)) \Rightarrow \sigma(y) < \sigma(y)$

Retour à la démo : on procède par l'absurde.



Montrer que $L_{\sigma(A)}(B) = L_{\sigma(A)}(C)$

Soit $k_0 = \min\{k \in [\![0, n-1]\!], L_k(b) \neq L_k(C)\}$

- Si $k_0 \leq \sigma(A)$ et $L_{k_0}(B) \prec L_{k_0}(C)$:
  contradiction grâce au lemme.
- Si $k_0 \leq \sigma(A)$ et $L_{k_0}(C) \prec L_{k_0}(B)$:
  $L_{k_0}(B) = L_{k_0-1}(B) \cdot (n-k_0+1)$ et $L_{k_0}(C) = L_{k_0-1}(C)$

Reconnnaissance de Graphes Triangulés

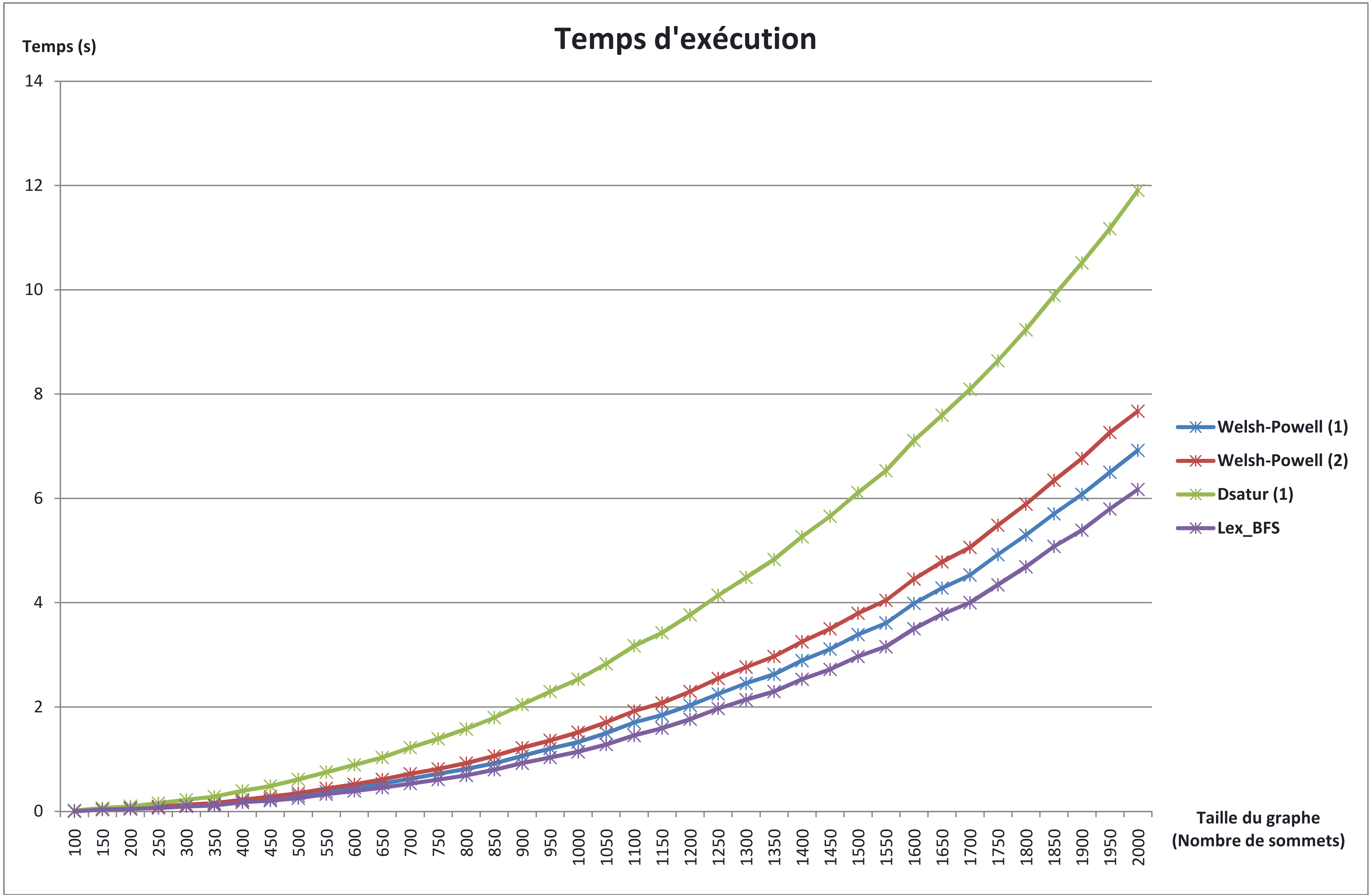
$$PN(x) = \{y \in \mathcal{N}, \sigma(y) < \sigma(x)\}$$

$$\sigma \text{ simplicial} \Leftrightarrow \forall x, PN(x) \text{ est une clique}$$

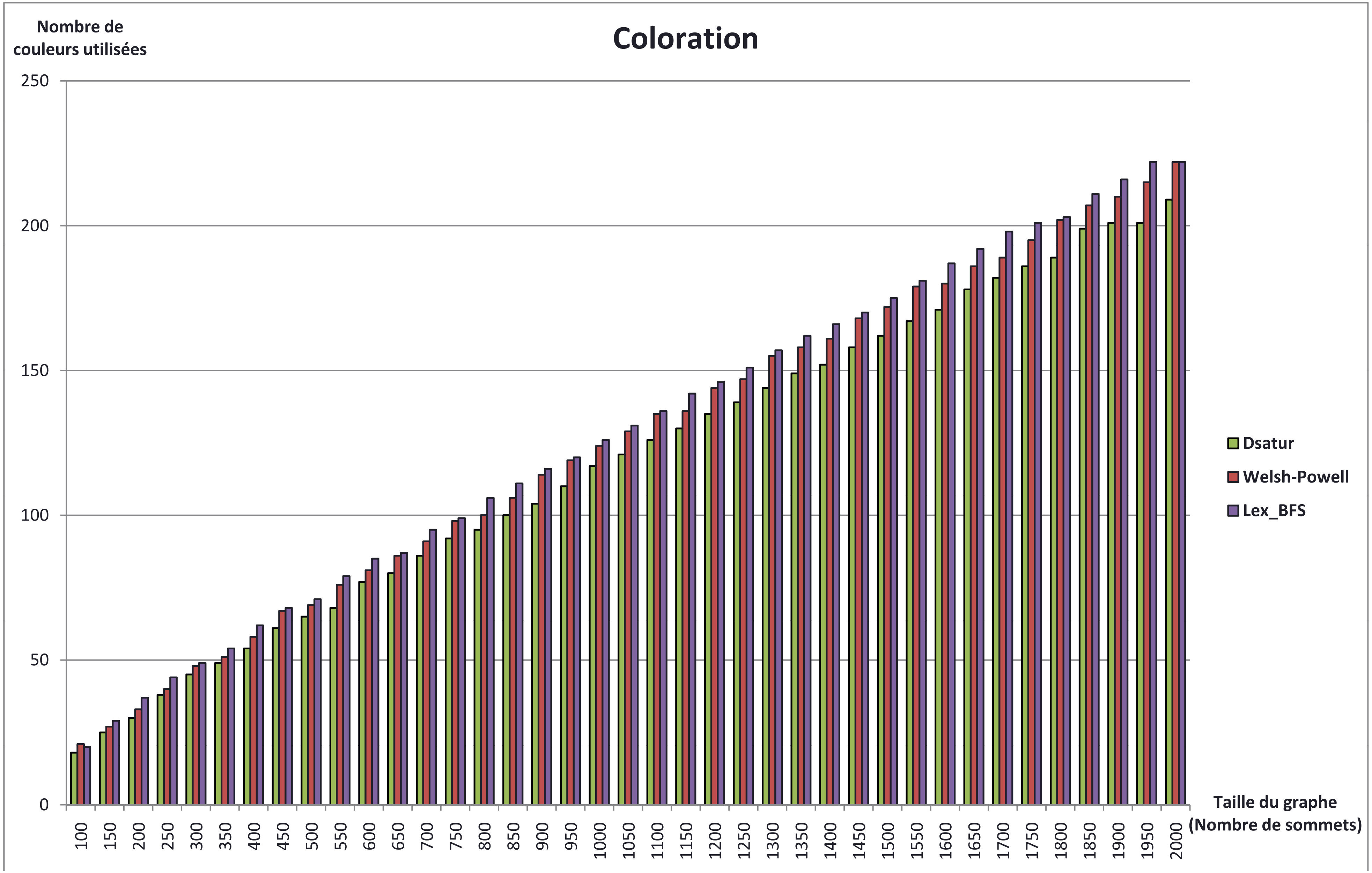
$p(x) = \sigma^{-1}(\max \sigma \langle PN(x) \rangle)$ s'il existe, sommet de $PN(x)$ visité en dernier

Alors, si $PN(\sigma^{-1}(i))$ est une clique pour $0 \leq i \leq k-1$ et $x = \sigma^{-1}(k)$:

$$PN(x) \text{ est un clique} \Leftrightarrow PN(x) \setminus p(x) \subseteq PN(p(x))$$



Temps d'exécution
Temps (s)
0
2
4
6
8
10
12
14
100
150
200
250
300
350
400
450
500
550
600
650
700
750
800
850
900
950
1000
1050
1100
1150
1200
1250
1300
1350
1400
1450
1500
1550
1600
1650
1700
1750
1800
1850
1900
1950
2000
Taille du graphe
(Nombre de sommets)
Welsh-Powell (1)
Welsh-Powell (2)
Dsatur (1)
Lex_BFS



Coloration
Nombre de couleurs utilisées
250
200
150
100
50
0
Dsatur
Welsh-Powell
Lex_BFS
Taille du graphe (Nombre de sommets)
100
150
200
250
300
350
400
450
500
550
600
650
700
750
800
850
900
950
1000
1050
1100
1150
1200
1250
1300
1350
1400
1450
1500
1550
1600
1650
1700
1750
1800
1850
1900
1950
2000

Les problèmes de DIMACS

- Allocation de registe :

$\longrightarrow$ Allouer des registres du processeur aux variables d'un code

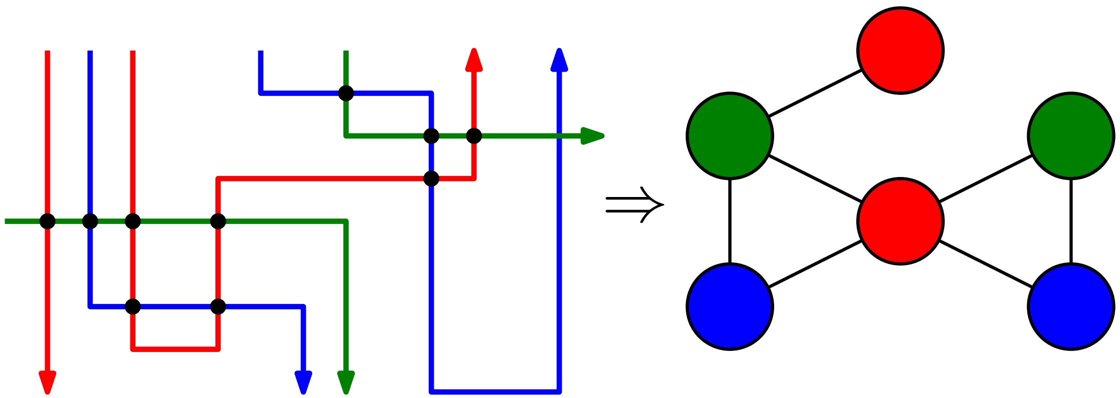
- Planification :

$\longrightarrow$ Donner des horaires à des cours (classe + prof)

- Graphes de Mycielski M_k :

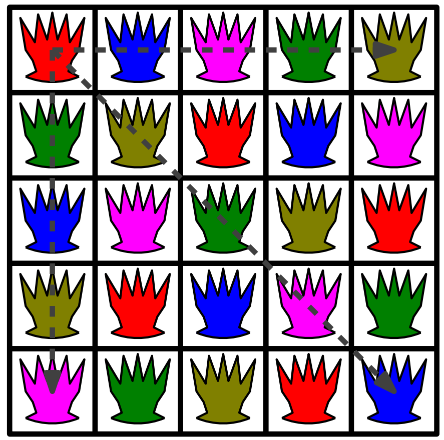
$\longrightarrow \not\ni$ triangle ; $\chi(M_k) = k$

- Réseaux optiques :



- Graphes de reines :

$\longrightarrow$ Placer correctement n fois n reines sur un échiquier de taille $n \times n$



- Carrés Latins :

1	2	$\cdots$	$\cdots$	n
2	$\vdots$			1
$\vdots$	$\vdots$			$\vdots$
$\vdots$	n			$\vdots$
n	1	$\cdots$	$\cdots$	$n-1$

n