LA DERNIÈRE FOIS

Logique propositionnelle :

- Algorithmes : chaînage avant, chaînage arrière

Logique des prédicats :

- Langage prédicatif, quentificateurs

Traduire les énoncés ci-dessous en logique du premier ordre en utilisant les symboles de prédicats suivants :

$a(x, y)$	:	x aime y
$p(x)$	:	x est une personne

6. Chaque personne aime quelqu'un **et** personne n'aime tout le monde, **ou bien** quelqu'un aime tout le monde **et** quelqu'un n'aime personne.

Substitutions

Définition (Substitution)

La substitution d'un terme t à une variable libre x est la transformation permettant de passer de la formule $F(x)$ à la formule $F(t)$.

Définition (Substitution)

La substitution d'un terme t à une variable libre x est la transformation permettant de passer de la formule F(x) à la formule F(t).

Attention !

Définition (Substitution)

La substitution d'un terme t à une variable libre x est la transformation permettant de passer de la formule F(x) à la formule F(t).

Attention !

- $F(x) = \exists y (y^2 = x)$

Définition (Substitution)

La substitution d'un terme t à une variable libre x est la transformation permettant de passer de la formule F(x) à la formule F(t).

Attention !

- $F(x) = \exists y(y^2 = x)$
- $F(2x) = \exists y(y^2 = 2x)$

Définition (Substitution)

La substitution d'un terme t à une variable libre x est la transformation permettant de passer de la formule F(x) à la formule F(t).

Attention !

- $F(x) = \exists y(y^2 = x)$
- $F(2x) = \exists y(y^2 = 2x)$
- $F(y^2) = \exists y(y^2 = y^2)$

Définition (Substitution)

La substitution d'un terme t à une variable libre x est la transformation permettant de passer de la formule F(x) à la formule F(t).

Attention !

- $F(x) = \exists y(y^2 = x)$
- $F(2x) = \exists y(y^2 = 2x)$
- $F(y^2) = \exists y(y^2 = y^2)$: tautologie !

Définition (Substitution)

La substitution d'un terme t à une variable libre x est la transformation permettant de passer de la formule F(x) à la formule F(t).

Attention !

- $F(x) = \exists y(y^2 = x)$
- $F(2x) = \exists y(y^2 = 2x)$
- $F(y^2) = \exists y(y^2 = y^2)$: tautologie !
- $F(-y) = \exists y(y^2 = -y)$

Définition (Substitution)

La substitution d'un terme t à une variable libre x est la transformation permettant de passer de la formule $F(x)$ à la formule $F(t)$.

Attention !

- $F(x) = \exists y(y^2 = x)$
- $F(2x) = \exists y(y^2 = 2x)$
- $F(y^2) = \exists y(y^2 = y^2)$: tautologie !
- $F(-y) = \exists y(y^2 = -y)$: $\perp$

SUBSTITUTION

Pour substituer un terme t à une variable x dans une formule F(x) :

1. On remplace x par une variable fraîche à chaque occurence liée de x. F(x) devient $F_1(x)$ où n'apparaît aucune occurence liée de x.
2. On remplace de la même façon les variables liées de $F_1(x)$ qui apparaissent dans le terme t. $F_1(x)$ devient $F_2(x)$ dont aucune variable liée ne figure dans t.
3. On effectue la substitution de t à x dans $F_2(x)$. On obtient F[t/x].

Soit $H(x) = \big(\forall x \forall y\, A(x, y)\big) \to B(x, y)$.

$H[f(x, y)/x]$?

EXERCICE

p et q deux symboles de prédicats binaires, r symbole de prédicat unaire, f symbole de fonction unaire, a une constante et g symbole de fonction ternaire.

$$F = \exists x. p(x, f(y)) \lor \neg \forall y. q(y, g(a, z, h(z)))$$

$$G = r(x) \lor ((\exists x. \forall y. p(f(x), z) \land r(a)) \land \forall x. q(y, g(x, z, x)))$$

Pour chacune d'elles

1. Donner une représentation de cette formule sous forme d'arbre.
2. Pour chaque occurrence de variable, dire si elle est libre ou liée et dans le cas où elle est liée, indiquer le quantificateur correspondant.
3. Donner tous les termes qui apparaissent dans la formule.
4. Donner le résultat de la substitution dans la formule de la variable y par le terme f(a) et de la variable z par le terme f(x).

Composer les substitutions suivantes (calculer $\sigma_1 \circ \sigma_2$) :

1. σ_1 : [x/y]
   σ_2 : [y/x]
2. σ_1 : [h(y)/y, h(y)/z]
   σ_2 : [y/x, y/z, f(z)/w]
3. σ_1 : [f(g(x))/x, y/u, a/y]
   σ_2 : [f(g(x))/x, g(x)/y, a/z]
4. σ_1 : [b/y, a/x, y/z]
   σ_2 : [f(y)/x, z/y]