

Formalismes de Représentation et Raisonnements

Substitutions – Exercices

Exercice 1 Soit la formule de la logique des prédicats suivante :

$$H = (\forall x.\forall y. A(x, y)) \rightarrow B(x, y)$$

1. Pour chaque occurrence de variable, dire si elle est libre ou liée et dans le cas où elle est liée, indiquer le quantificateur correspondant.
2. Donner tous les prédicats et toutes les fonctions, avec leurs arités, qui apparaissent dans la formule.
3. Effectuer, étape par étape, la substitution $H[f(x, y)/x]$.
4. Effectuer, étape par étape, la substitution $H[f(x, y)/y]$.

Exercice 2 Soit la formule de la logique des prédicats suivante :

$$F = (\forall x\exists y R(f(x), f(y))) \wedge ((\forall z R(x, z)) \rightarrow S(x))$$

1. Pour chaque occurrence de variable, dire si elle est libre ou liée et dans le cas où elle est liée, indiquer le quantificateur correspondant.
2. Donner tous les prédicats et toutes les fonctions, avec leurs arités, qui apparaissent dans la formule.
3. Effectuer, étape par étape, la substitution $F[f(z)/x]$.
4. Effectuer, étape par étape, la substitution $F[R(x, y)/z]$.

Exercice 3 Soit la formule de la logique des prédicats suivante :

$$G = \forall x. \left(u(h(x, y), g(y), z) \vee (\forall y. \exists z. (v(y, z) \rightarrow w(x, y, z))) \right)$$

1. Pour chaque occurrence de variable, dire si elle est libre ou liée et dans le cas où elle est liée, indiquer le quantificateur correspondant.
2. Donner tous les prédicats et toutes les fonctions, avec leurs arités, qui apparaissent dans la formule.
3. Effectuer, étape par étape, la substitution $G[t(x, y)/y]$.
4. Effectuer, étape par étape, la substitution $G[f(x, y, z)/x]$.