Sujet de stage

Sujet. Calculabilité dans les espaces topologiques

Thème. Calculabilité, topologie

Laboratoire. LORIA, Inria Nancy-Grand Est, Nancy

Équipe. Mocqua

Encadrant. Mathieu Hoyrup, `mathieu.hoyrup@inria.fr`

Directeur du laboratoire. Jean-Yves Marion, `jean-yves.marion@loria.fr`

Contexte. La théorie de la calculabilité sur les entiers et les objets finis peut être étendue aux objets infinis comme les nombres réels ou les fonctions de type $\mathbb{N} \to \mathbb{N}$. Un tel objet peut être donné en entrée à une machine de Turing en le représentant sous la forme d'une suite infinie de symboles. Le choix de la représentation d'une classe d'objets a une influence immédiate sur les capacités de calcul de la machine de Turing. Comprendre ce qu'une représentation donnée permet de calculer, par exemple quelles propriétés sont décidables, est une vaste question qui a donné lieu à de nombreux résultats émaillant l'histoire de la calculabilité, depuis ses prémices jusqu'à nos jours.

La topologie s'avère être un outil pertinent dans l'étude de ce problème : par exemple les fonctions calculables sont nécessairement continues pour une certaine topologie induite par la représentation. Ainsi les objets considérés sont généralement les points d'un espace topologique. La calculabilité sur des espaces topologiques est maintenant bien comprise pour certaines classes d'espaces à base dénombrable (les espaces polonais et quasi-polonais). En revanche l'étude d'autres espaces est à ses balbutiements et peu de choses sont connues.

Objectifs du stage. Il s'agit d'étudier certains espaces particuliers et d'explorer les liens entre calcul et topologie sur ces espaces, par exemple relier la complexité topologique d'une propriété à sa complexité algorithmique. Les espaces étudiés sont les espaces topologiques à base dénombrable généraux, et quelques espaces n'ayant pas de base dénombrable, comme l'espace des polynômes réels ou des fonctions continues de type $(\mathbb{N} \to \mathbb{N}) \to \mathbb{N}$.

Référence bibliographique. L'article [1] est une introduction à la calculabilité sur les nombres réels et en analyse et peut être fourni sur demande.

Références

[1] Vasco Brattka, Peter Hertling, and Klaus Weihrauch. A tutorial on computable analysis. In S. Barry Cooper, Benedikt Löwe, and Andrea Sorbi, editors, *New Computational Paradigms*, pages 425–491. Springer New York, 2008.