Turing et la dimension ontologique du jeu

Nazim Fatès
Inria, Villers-lès-Nancy (France)

Résumé : Dans son dernier article de 1954, *Solvable and Unsolvable Problems,* Turing répète le résultat fondamental de 1936 dans lequel est formulée l'impossibilité de résoudre tout problème algorithmique à l'aide d'une méthode universelle. Il expose ce résultat en le reliant à une notion qui paraît simple et accessible à tous : le jeu. Mais qu'est-ce qui est au juste entendu par cette notion de jeu ? S'agit-il d'un simple objet mathématique ou n'y a-t-il pas ici une notion qui touche à l'ordre du monde dans son ensemble ? N'y a-t-il pas chez Turing l'intuition que la cybernétique transformera le monde en une chose contrôlable et organisable, à l'image d'un grand Jeu ? Dans la mesure où le développement des machines à calculer dépasse le strict cadre des techno-sciences, peut-on voir là le déploiement d'un Jeu dont, nous dit Héraclite, nous serions nous-mêmes les pions ?

Abstract: In his 1954 paper, *Solvable and Unsolvable Problems,* Turing repeats his fundamental result of 1936 which states the impossibility to find a universal method to solve all algorithmic problems. He exposes this result with an apparently simple and easy notion: puzzles and games. But what is really meant by "Puzzle" or "Game"? Is it a mere mathematical object or is there here a concept that can be related to the whole order of the world? Isn't Turing expressing also a vision in which he foresees the tremendous development of Cybernetics and its extension well beyond the frame of Science and Technique? Since the development of Cybernetics is now extending its initial frame, can't we see in this movement the deployment of a Game, of which, says Heraclitus, we would ourselves be the pawns?

Philosophia Scientiæ, 16 (3), 2012, 7–16.

« Αἰὼν παῖς ἐστι παίζων, πεσσεύων· παιδὸς ἡ βασιληίη. »

« Le temps de notre vie est un enfant qui joue et qui pousse des pions.
C'est la royauté d'un enfant. »
Héraclite d'Éphèse [Battistini 1968]

Il est aujourd'hui courant, et c'est même devenu un lieu commun, de parler de « révolution numérique » pour qualifier le changement inouï de notre façon de vivre sous l'effet du développement de l'informatique et des techniques associées. Nous serions sous le coup d'un bouleversement « historique » du même ordre que ce que fut dans l'histoire de l'humanité l'invention de l'imprimerie ou la pratique de l'agriculture. Depuis une cinquantaine d'années, l'essor des ordinateurs et des robots s'est poursuivi à un rythme effréné, mais, semble-t-il, le meilleur reste à venir. Nous n'avons pas même le temps de nous familiariser avec les dernières nouveautés que voici que d'autres viennent en prendre la place. Les ordinateurs sont à ce point présents que l'on en vient à parler d'informatique « ubiquitaire ». Ce mouvement a-t-il un terme ? Où ce développement de machines sans cesse plus « puissantes » et plus « intelligentes » nous mène-t-il ? Ces machines feront-elles un jour jeu égal avec nous ; sont-elles destinées à nous surpasser ?

Ces questions ne sont pas seulement matière à de vagues spéculations et à former la trame de films de science-fiction. Elles ouvrent sur un champ de recherches auquel nombre de scientifiques travaillent quotidiennement. Ce champ se nomme aujourd'hui l'intelligence artificielle, terme qui est une autre façon de désigner ce que Norbert Wiener a initialement appelé cybernétique. Les objets que produit cette science s'adressent à des spécialistes tout autant qu'au commun des mortels. Pourtant, même chez ceux qui semblent à l'aise avec la technologie, les principes qui permettent de construire des machines « intelligentes » restent largement inconnus. L'informatique apparaît souvent comme une discipline d'initiés et les principes qui la régissent semblent comme enfouis, cachés au plus profond de la machine. Ouvrir le capot d'une voiture ne permet certes pas d'en comprendre la mécanique, mais l'on voit au moins à l'œil nu que la machine comporte un moteur, des bougies, des courroies de transmission, etc. Il n'y a rien de tel avec un ordinateur : la vue d'un circuit électronique n'aide en rien, et si l'on n'est pas spécialiste, on se trouve généralement bien embarrassé pour savoir par où commencer à examiner les choses. Les ordinateurs restent des objets qui concentrent dans leur « carcasse » un organisme aux mécanismes cryptiques. Aussi, pour y voir clair, pourrait-il être salutaire de chercher un chemin qui ne se limite pas à la seule connaissance technique et à la découverte des dernières nouveautés. Pouvons-nous saisir autrement les forces en jeu dans le développement d'ordinateurs et de robots sans cesse plus perfectionnés ?

Dans cette démarche, c'est ici Alan Turing (1912-1954) qui nous servira de guide. Il est en effet l'un des savants qui, ayant *mathématisé* les questions ayant trait à l'intelligence des machines, les a reliées à un concept que chacun connaît et dont l'apparence est quasiment anodine : le jeu. Cette relation est exposée dans *Solvable and Unsolvable Problems* [Turing 1954], un article que l'on peut à bien des égards considérer comme un testament. À première vue, cet article expose un résultat *purement mathématique* : Turing montre qu'il n'existe pas de méthode systématique pour résoudre n'importe quel jeu [1]. Nous cherchons ici à interroger ce texte pour voir si ce qui s'appelle *jeu* ne serait pas susceptible de s'étendre bien au-delà des mathématiques. N'y a-t-il pas là une notion qui pourrait aller jusqu'à concerner l'ordre du monde dans son ensemble ? N'est-ce pas la totalité de *l'étant* dont il s'agit ici, autrement dit, n'y a-t-il pas chez Turing le pressentiment d'une certaine dimension *ontologique* du jeu ?

1 Turing et la mathématisation du jeu

De prime abord, l'idée que le jeu possède une portée ontologique semble déconcertante. En effet, le jeu ne représente-t-il pas justement ce qui n'engage que de façon limitée et temporaire ? Certes, il y a bien des jeux d'argent ou d'honneur qui engagent la vie même des joueurs, mais « mourir » dans un jeu est le plus souvent synonyme de « perdre » et sitôt mort, la seule chose qui reste à faire est de rejouer. Le jeu n'est-il pas le symbole du futile (ce sont d'abord les enfants qui jouent), de l'ici et du maintenant (la partie se joue sur un terrain délimité par des lignes et dans un temps imparti), de l'invention (les règles ont une part d'arbitraire) ?

Ne répondons pas trop vite et suivons Turing dans son cheminement. Son point de départ est le jeu de taquin. Il s'agit d'un jeu qui, dit-il, « a été mis en vente en de nombreux endroits (. . .) et a sans doute été vu par la plupart des lecteurs ». Cette phrase à l'apparence anodine précise bien que Turing ne parle pas d'une abstraction mathématique mais d'un morceau de matière [2]. Le cas du taquin a cet avantage que c'est un jeu facile à modéliser, c'est-à-dire que le déroulement du jeu est facilement décrit dans le langage mathématique. Partant d'un état dans lequel les cases sont désordonnées, le défi consiste à ordonner les cases en les faisant coulisser dans un espace vide. Le problème qui se pose est de savoir si l'on peut gagner à ce jeu solitaire en partant de n'importe quelle configuration de départ.

1. Comme Lassègue [Lassègue 1998], nous traduisons « *puzzle* » par « jeu », bien que le mot français « jeu » englobe un sens plus large que celui qu'utilise Turing. On pourrait traduire « *puzzle* » par « énigme », mais cela ne conviendrait pas car Turing se réfère d'abord à un objet physique. Le mot « casse-tête » exprime lui aussi une partie de ce que contient « *puzzle* » : l'idée que la prise en main du jeu et son exécution requièrent un certain niveau de connaissances et de technicité pour se sortir de l'embarras dans lequel on se trouve. (L'exemple du taquin ci-dessous l'illustre à merveille.)

2. Turing interroge-t-il le taquin comme Descartes son morceau de cire ?

D'emblée, Turing donne la clé du problème : on peut ordonner les cases à partir d'un état initial quelconque à condition que l'on puisse arriver au but en effectuant un nombre pair d'échanges (imaginaires) de deux étiquettes de case, ce qui peut se vérifier facilement. Dans le cas où le nombre d'échanges est impair, le problème n'a pas de solution. On dispose donc ici d'une procédure systématique (un algorithme) à appliquer pour savoir si le jeu possède ou non une solution. De là, on peut généraliser le problème en demandant si *tout* jeu admet une procédure systématique qui dirait de manière positive s'il existe ou non une solution.

2 Des jeux particuliers au cas général

Avant de poursuivre son raisonnement, Turing fait remarquer que la solution proposée est astucieuse mais que l'on peut aussi bien énumérer toutes les configurations du jeu. Certes, il s'agirait d'examiner vingt mille milliards de configurations, mais là n'est pas le problème : l'énumération simple donne une méthode systématique de résolution du jeu. Bien que celle-ci soit hors de portée d'une réalisation humaine, son existence même suffit car une machine peut donner la solution du jeu pour peu qu'elle soit suffisamment rapide. Ceci se généralise selon le principe : tout jeu dont le nombre de configurations (ou positions) est fini admet un procédé systématique de résolution du jeu. Cela implique donc que de ce point vue l'awélé, les échecs, les dames ou le go sont des jeux de même nature que le taquin.

Nous sommes alors amenés à nous demander s'il existe des jeux dont le nombre d'états soit *infini*. Turing prend pour exemple le problème qui consiste à transformer un nœud en un autre nœud. Comme le fil des nœuds peut être tordu à souhait, il existe une infinité de nœuds qui peuvent s'obtenir à partir du nœud initial. Comment alors faire de ce jeu une description dont les règles soient *finies* ?

La méthode de Turing consiste à établir une règle d'équivalence entre nœuds. En effet, dit-il, nous pouvons simplifier le problème en supposant que la direction des nœuds suit les axes des coordonnées cartésiennes. Un nœud se décrit alors comme une suite de segments élémentaires, ce qui peut se faire en utilisant six lettres. Le nœud de trêfle, par exemple, se décrit selon le code $aaabffddccceeaffbbbddcee$, en suivant les conventions de l'auteur. L'inventaire des transformations licites qui transforment un nœud en un autre peut alors être établi, et, dit Turing, celui-ci est fini. La difficulté est que, contrairement au jeu de taquin, l'énumération exhaustive des états est impossible. Ceci ne signifie évidemment pas qu'il n'y a pas de solution au problème : cela implique que nous devons trouver un théorème qui traite (sous une forme finie) d'un nombre infini de cas. C'est d'ailleurs ce qu'apprennent à faire les élèves qui s'initient aux mathématiques, par exemple lorsqu'ils énoncent le théorème de Pythagore qui donne une égalité impliquant les longueurs d'un triangle rectangle : ils énoncent par là une propriété qui concerne *l'infinité* des triangles rectangles.

3 Modéliser et jouer

Mais ce qui est vrai des nœuds et des triangles l'est-il pour autant de toute chose ? Jusqu'où peut-on aller dans ce travail d'expression des jeux dans le langage des mathématiques, dans ce travail de *modélisation* ? Turing ne tranche pas, il laisse implicitement supposer que *tout* jeu peut être modélisé par une suite de symboles tirés d'un alphabet fini. Dans la mesure où c'est l'ensemble des objets du monde qui peut tomber sous la coupe de cette hypothèse, il y a là une dimension ontologique qui commence à poindre. Néanmoins Turing reste prudent et se contente d'écrire que « si l'on veut traiter d'[un] problème de façon sérieuse et systématique, on doit remplacer le jeu matériel par un équivalent mathématique [3]. »

Un problème de taille se pose alors, car nous sommes en droit de demander ce qui permet à l'auteur de faire une affirmation aussi générale. Qu'il soit possible de trouver une description mathématique du jeu de taquin, du jeu de nim, du jeu de dames ou de n'importe quel jeu de cartes, voilà qui fait peu de doute. Mais qu'en est-il de *tout* jeu ? Est-il possible de donner un équivalent mathématique du football, par exemple ? Sans trop spéculer sur la pensée de Turing, on peut penser qu'il aurait répondu à son interlocuteur que certes, il ne pouvait parler du vrai jeu tel qu'il se pratique dans les stades, mais qu'il est toujours possible de donner une modélisation mathématique plus ou moins réaliste d'une partie de football. On peut modéliser le terrain comme une surface plane plus ou moins absorbante, la balle comme un solide sphérique élastique, les mouvements des joueurs, etc. Tous ces objets, en tant que corps physiques, obéissent à des lois écrites en langage mathématique. Il n'est donc pas hors de portée de dresser une suite d'équations qui décrivent le jeu. On peut alors transcrire (modéliser), tout comme pour le problème des nœuds, chaque configuration du jeu dans un langage discret et dire, étant donné telle position d'un joueur et du ballon, si le joueur peut toucher le ballon et si les autres joueurs sont en mesure de rattraper le ballon, etc. De manière concrète, c'est bel et bien à ce type d'exercice que se livrent les concepteurs de jeux vidéos.

3. "If one wants to treat the problem seriously and systematically one has to replace the physical puzzle by a mathematical equivalent."

4 Un unique langage pour tous les jeux

Une fois posée l'hypothèse de la possibilité de décrire mathématiquement tout problème sous forme de jeu [4], la tâche de Turing est alors de nature technique et consiste à décrire les jeux sous une forme unique, qui est elle-même un jeu. À cette fin, Turing introduit « le jeu des substitutions ». Il s'agit de se donner un ensemble de jetons [*counters*] dont la quantité est illimitée mais dont le nombre de couleurs est fini. Le jeu consiste à remplacer des jetons par d'autres jetons en suivant des règles précises. Étant donnée une suite de départ, peut-on parvenir à une suite fixée à l'avance en n'utilisant que les substitutions autorisées par le jeu ? Turing ne répond pas encore à la question mais recourt à une autre hypothèse de taille : tout jeu que l'on peut résoudre par une procédure systématique peut se ramener à un jeu de substitutions.

Pour montrer que ce jeu de substitutions permet d'exprimer *toutes* les règles imaginables, Turing ne donne pas d'argument formel (comment le pourrait-il ?) mais demande au lecteur d'en accepter l'idée. Il dit d'ailleurs, non sans humour, que pour faire admettre cette hypothèse :

> La propagande est plus appropriée qu'une preuve, car son statut se situe entre celui d'un théorème et celui d'une définition. [Turing 1954]

Il indique toutefois que l'idée repose sur l'application de la méthode qui consiste à décomposer chaque règle, si complexe soit-elle, en sous-règles élémentaires. Ces sous-règles se ramènent alors toujours à l'action de copier, compter, changer l'ordre ou la nature des jetons, etc. Or, ces opérations elles-mêmes se ramènent *in fine* à des jeux de réécriture, donc à un jeu de substitution de jetons. En somme, le chemin que nous avons pris donne la recette pour unifier les problèmes : ce qui se présente sous forme de jeu peut se refondre sous forme d'*un* jeu dont les règles consistent à opérer des substitutions.

Nous sommes désormais en bonne position pour revenir à la question initiale : existe-t-il une procédure systématique pour savoir si n'importe quel jeu possède une solution ? Pour le lecteur qui a admis les hypothèses de Turing, une conséquence logique s'impose : *répondre à cette question est aussi un jeu.* Il s'agit là d'un saut important qui doit être considéré avec attention. En effet, si l'on admet que cette question est elle-même un jeu, elle peut donc prendre la forme d'un jeu de substitutions, avec une position de départ et d'arrivée et un ensemble de règles donnant les substitutions autorisées. Turing montre alors à l'aide d'une suite d'arguments logiques que l'existence d'une solution à un tel jeu conduit à un paradoxe. Il use pour cela d'un procédé réflexif, semblable à celui par lequel on prouve par exemple que l'ensemble des réels ne peut être mis en correspondance univoque avec l'ensemble des entiers. La démonstration

4. Il est à noter que cette hypothèse ne relève d'aucune « expérience » ni d'aucune« démonstration » ; on peut donc dire qu'il s'agit là d'un énoncé métaphysique.

de Turing aboutit donc à un constat d'*impossibilité* : si l'on peut bien décrire tout jeu sous une forme unique, il nous faut abandonner l'espoir de trouver une méthode unique qui résoudrait n'importe quel jeu.

Ce résultat avait déjà été en partie formulé par Turing dans son article de 1936 *On computable numbers with an application to the Entscheindungsproblem* [Turing 1937]. La différence majeure avec ce premier article est qu'il ne s'agit plus de décider de l'arrêt d'une machine à calculer idéale : sa reformulation autour du jeu permet de montrer que Turing vise à mettre à jour l'existence d'une limite *qui concerne aussi le monde physique et qui a trait à la façon dont les hommes agissent sur ce monde.*

5 La Cybernétique, enfant-roi ?

L'enseignement que nous livre Turing prend donc sa place au milieu d'une certaine *tension* : avec la cybernétique s'ouvre la possibilité de mise en forme du monde à l'aide d'un langage universel qui est celui d'un jeu, mais, et ce mais est de taille, la logique mathématique assure en même temps qu'il n'y a pas de possibilité de trouver une solution universelle à ce jeu. On trouve ici formulée une sorte de répétition du projet cartésien : conférer à la vérité le caractère de la certitude, c'est-à-dire celui de connaissances qui soient au moins aussi assurées que celles que fournissent les mathématiques. La nuance que donne Turing est qu'il n'est désormais plus tant question, comme chez Descartes, de se rendre « comme maîtres et possesseurs de la nature », mais de devenir, disons, comme contrôleurs et arrangeurs de la nature. Avec Turing, le projet cartésien est devenu Cybernétique : la nature du monde est d'être *contrôlable* et *organisable,* les hommes sont appelés, par un jeu de calcul, à amener le système-monde dans « l'état qui lui convient ».

Prenant acte de cette tension entre tâche du calcul et « tâche de la pensée », Heidegger écrit :

> Il n'est pas besoin d'être prophète pour reconnaître que les sciences modernes dans leur travail d'installation ne vont pas tarder à être déterminées et pilotées par la nouvelle science de base, la cybernétique. Cette science correspond à la détermination de l'homme comme être dont l'essence est l'activité en milieu social. Elle est en effet la théorie qui a pour objet la prise en main de la planification possible et de l'organisation du travail humain. La cybernétique transforme le langage en moyen d'échange de messages, et avec lui, les arts en instruments eux-mêmes actionnés à fin d'information. [Heidegger 1968]

Cette phrase écrite en 1964 mériterait d'amples commentaires. Notons seulement ici qu'elle évoque la cybernétique à la fois comme science et comme discipline « dont le champ concerne tout ce qui a trait à l'organisation de la vie collective des êtres humains ». Plus de quarante ans après, force est de constater que l'usage des machines calculantes n'est plus cantonné aux seules sciences « exactes » : peu de domaines de l'activité sociale se passent de l'informatique. Nous avons des modèles pour régler l'exploitation « raisonnée » des terres agricoles, le prix d'un billet d'avion ou les rencontres entre célibataires. Ce sont des méthodes algorithmiques de même nature qui servent à organiser des emplois du temps, le ramassage d'ordures ménagères ou des programmes de vaccination [5]. La politique même ne se conçoit plus sans « indicateurs » quantitatifs, actualisés si possible en temps réel : l'essor de ce qui s'appelle « la politique du chiffre » n'a peut-être d'autre origine qu'une vision cybernétique de la vie collective.

À la métaphore du Dieu horloger du siècle de Descartes [6] vient donc désormais se substituer celle de l'ordinateur [7] qui n'est plus simple machine à calculer mais proprement Ordinateur, c'est-à-dire entité « ubiquitaire » dont la fonction est d'assurer en temps réel *la mise en ordre* de la totalité des choses. La source de ce qui s'appelle « révolution numérique » dépasse donc le cadre des sciences « exactes », aussi bien que celui des sciences « humaines » : elle est avant tout manifestation visible d'un long cheminement métaphysique qui a progressivement installé le calcul comme la véritable logique de notre temps. Il demeure toutefois ici un paradoxe, qui tient à ce que c'est en ayant mis à jour les *limites* du calcul et du calculable que l'on a ouvert la voie à l'organisation du monde par la Cybernétique.

Comment alors interpréter le fragment d'Héraclite que nous avons cité en exergue ? Sans doute notre premier mouvement a-t-il été de se demander s'il fallait réellement prendre cet aphorisme au sérieux. Par certains aspects, cette phrase nous apparaît comme une raillerie, une boutade que le philosophe destinait à des contemporains venus le questionner sur le sens de la vie. Mais pour nous autres, « la royauté d'un enfant » se présente aussi sous les traits d'une Cybernétique qui règne pour elle-même, sans autre but que son propre règne, substituant des *coups* les uns après les autres dans un monde transformé en terrain de jeu. Tel ce garçonnet que nous présente Chardin dans l'*Enfant au toton*, le « temps de notre vie » semble être complètement absorbé par notre in-

5. On ne s'étonnera pas par exemple que l'on ait nommé à la chaire de sociologie d'une prestigieuse université suisse un informaticien dont la spécialité est la modélisation.

6. Leibniz en marge d'une lettre datée de 1677 : « Cum Deus calculat et cogitationem exercet, fit mundus » : tandis que Dieu calcule et exerce sa cogitation, le monde se fait (traduction de François Vezin).

7. C'est un néologisme dont la création est bien identifiée : *« Que diriez-vous d'"ordinateur" » ? C'est un mot correctement formé, qui se trouve même dans le Littré comme adjectif désignant Dieu qui met de l'ordre dans le monde. »* Extrait de la lettre du professeur de philologie Jacques Perret à un cadre d'IBM France (reproduit dans « 16 avril 1955 : "Que diriez-vous d'ordinateur ?" », *Le Monde,* Eric Azan, 16 avril 2005).

térêt pour des « joujoux » [Baudelaire 1853] dont le perfectionnement ne cesse de croître. Avec Turing s'est désormais ouverte la possibilité concrète de rendre la vie semblable à un jeu video dont nous serions nous-mêmes les pions. Dans quelle direction cela nous entraîne-t-il ? Ces questions demandent une réflexion à poursuivre. En écho aux recherches de Turing et à la pensée cosmique d'Héraclite, laissons le mot de la fin au poète, astronome et mathématicien Omar Khayyam :

> Pour parler clairement et sans paraboles,
> Nous sommes les pièces du jeu que joue le Ciel ;
> On s'amuse avec nous sur l'échiquier de l'être,
> Et puis nous retournons un à un,
> dans la boîte du néant. [Khayyam 1902, XCIV]

Bibliographie

Battistini, Yves

1968 *Trois présocratiques*, Paris : Gallimard.

Baudelaire, Charles

1853 Morale du joujou, *Le Monde littéraire*, (repris dans *Le Spleen de Paris)*.

Fink, Eugen

1960 *Spiel als Weltsymbol*, Stuttgart : Kohlhammer, traduction française par Hans Hildeberg et Alex Lindeberg : *Le Jeu comme symbole du monde,* Paris : Éditions de Minuit, 1966.

Heidegger, Martin

1968 *Das Ende der Philosophie und die Aufgabe des Denkens*, Tübingen : Max Niemeyer Verlag, cité d'après la traduction française de Jean Beaufret et François Fédier : Questions IV, « La fin de la philosophie et la tâche de la pensée », Paris : Gallimard, 1968.

Khayyam, Omar

1902 *Quatrains*, Paris : Mille et une nuits, traduction française de Charles Grolleau parue aux éditions Charles Corrington, cité d'après l'édition de 1995 aux éditions Mille et une nuits.

Lassègue, Jean

1998 *Turing*, Paris : Les Belles Lettres.

TURING, ALAN

1937 On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem, dans *Proceedings of the London Mathematical Society*, *2*, t. 42, 230–265.

1954 Solvable and unsolvable problems, *Science News*, 31, 7–23.