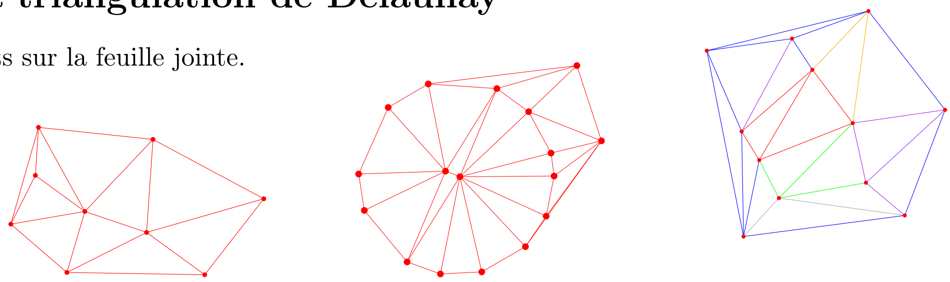
Exercices AVR MEPT (geo algo) 2-11-2019

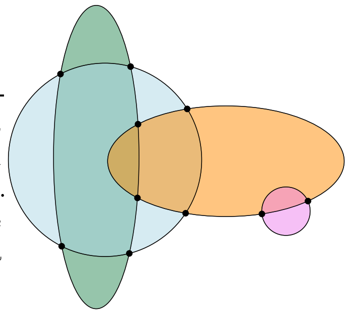
1 Dessiner la triangulation de Delaunay

des ensembles de points sur la feuille jointe.

1.0 Correction:



2 Arrangement d'ellipses



On considère un arrangement de n ellipses. L'arrangement est connexe (un ellipse intersecte au moins une autre ellipse et on ne peut pas séparer l'ensemble des ellipses). L'arrangement est en position générale (deux ellipses sont soit sécantes soit disjointes, pas tangentes). On appelle s le nombre de sommets de l'arrangement, a le nombre d'arêtes et f le nombre de face finies. Sur le dessin ci contre, on a $n=4$, $s=10$, $a=20$ et $f=11$.

2.1 Nombre de faces

Ecrire deux relations sur les variables s, a et f. En déduire f et a en fonction de s.

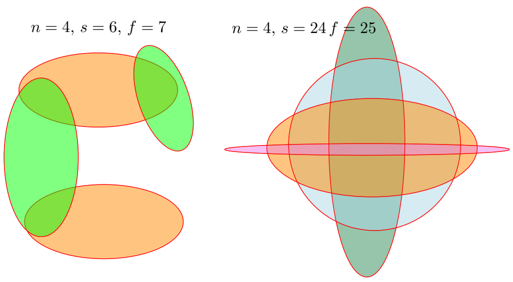
2.1 Correction:

Euler: $s-a+(f+1)=2$ (ne pas oublier la face infinie). On vérifie que sur le dessin la relation d'Euler est vérifiée: $10-20+(11+1)=2$.
Incidences sommets-aretes: $4s=2a$. On vérifie que sur le dessin: $4\times 10=2\times 20$.
d'où : $a=2s$ et $f=1+a-s=1+2s-s=s+1$

2.2 Nombre de sommets

Donner une borne inférieure et une borne supérieure sur s en fonction de n. En déduire des bornes sur f. Dessiner des exemples atteignant ces bornes pour $n=4$.

2.2 Correction:



Une ellipse coupe au moins une autre ellipse, chaque nouvelle ellipse après la première ajoute au moins deux sommets : $s\geq 2n-2$. Chaque paire d'ellipses défini au plus quatre sommets : $s\leq 4\frac{n(n-1)}{2}=2n^2-2n$.
D'où : $2n-1\leq f\leq 2n^2-2n+1$. Pour $n=4$:
$2\times 4-1=7\leq f\leq 2\times 4^2-2\times 4+1=25$.