

Calibrage d'une caméra

Marie-Odile Berger

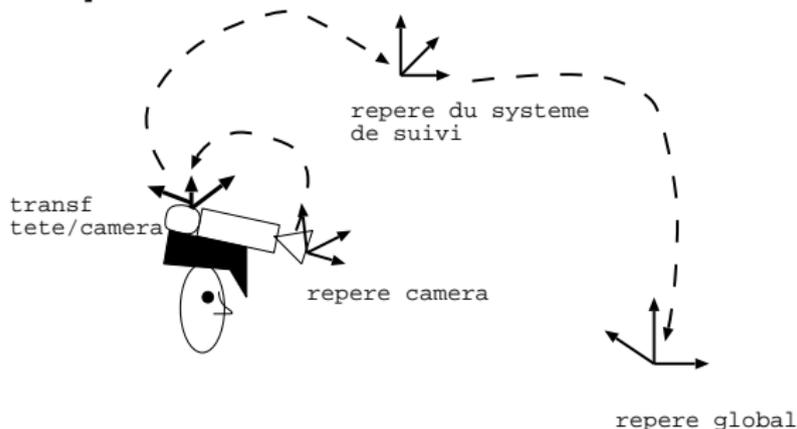
November 24, 2014

Part I

Généralités sur le calibrage

Pourquoi Calibrer ?

Calibrer un système : déterminer la position et l'orientation des capteurs du système par rapport à un repère absolu ainsi que ses caractéristiques internes [bajura95a].

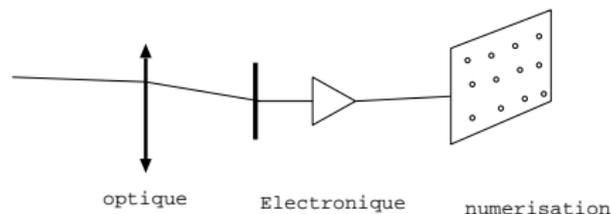


- calibration d'une caméra: déterminer la transformation permettant de passer d'un objet défini dans un repère absolu à son image.
→ savoir passer du repère absolu au repère caméra.
- calibration d'une table micro-métrique: une caméra observe un objet en rotation sur une table
connaître la transformation repère table → repère caméra
- Recalage caméra/capteur: un capteur de position et une caméra sont utilisés pour localiser la caméra. Comment les faire parler dans le même repère?
- recalage multimodalité en médecine

Calibrer une caméra: déterminer la transformation ponctuelle faisant passer du point 3D exprimé dans un repère absolu à son image.

- modéliser l'optique de la caméra (paramètres intrinsèques)
- déterminer la transformation repère absolu/ repère caméra (paramètres extrinsèques)

Modélisation des étapes de formation de l'image: un problème difficile



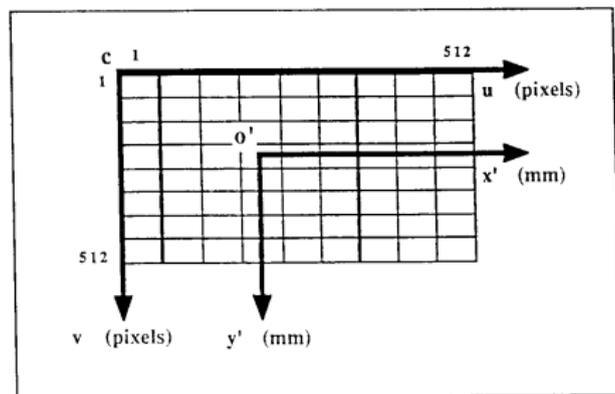
Difficultés:

- objectif de qualité +/- bonne,
- nature de l'objectif mince/épais (difficulté de modélisation)
- caméra matricielle ou linéaire.

utilisation d'un modèle simplifié de la caméra

- hypothèse d'un plan image
- on suppose les pixels régulièrement espacés sur le plan image
- pas de distorsion géométrique (l'image d'une droite est une droite)

Modèle de la rétine avec axes perpendiculaires



(u, v) mesurés en pixels

(x, y) mesurés en mm.

Notations: $1/k_u$ la dimension horizontale du pixel en mm.

$1/k_v$ la dimension verticale du pixel en mm.

(u_0, v_0) les coordonnées pixels de la projection de l'axe optique.

$$\begin{aligned} x &= \frac{u - u_0}{k_u} & \Rightarrow & & u &= k_u x + u_0 \\ y &= \frac{v - v_0}{k_v} & & & v &= k_v y + v_0 \end{aligned}$$

Relation entre points dans le repère caméra et coordonnées pixels

$$\begin{aligned}u &= k_u f \frac{X_1}{Z_1} + u_0 \\v &= k_v f \frac{Y_1}{Z_1} + v_0\end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned}Z_1 u &= k_u f X_1 + u_0 Z_1 \\Z_1 v &= k_v f Y_1 + v_0 Z_1\end{aligned}$$

seuls peuvent être déterminés $\alpha_u = k_u f, \alpha_v = k_v f, u_0, v_0$ (paramètres intrinsèques).

Ecriture matricielle en coordonnées homogènes:

$$\begin{pmatrix} su \\ sv \\ s \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \alpha_u & 0 & u_0 \\ 0 & \alpha_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_K \begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix}$$

Paramètres extrinsèques

le passage repère absolu/repère caméra est un déplacement définie par une rotation R et une translation T .

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \end{pmatrix} + T = [R \ T] \begin{pmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{pmatrix}$$

d'où

$$\begin{pmatrix} su \\ sv \\ s \end{pmatrix} = K \times [R \ T] \begin{pmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{pmatrix}$$

$P = K \times [RT]$ est la matrice 3×4 de projection perspective.

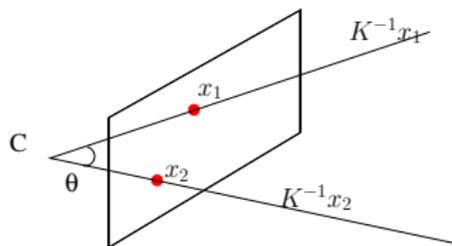
Elle est définie à un coefficient multiplicatif près: P et λP déterminent les mêmes points projetés.

Calibrer une caméra, c'est déterminer P .

Que fournit K ?

- K relie le point image à la **direction du rayon** issu de ce point
- Si x est un point de l'image $d = K^{-1}x$ est la ligne de vue exprimée dans le repère euclidien de la caméra.
- Angle entre deux directions de vues:

$$\cos(\theta) = \frac{d_1 \cdot d_2}{\|d_1\| \|d_2\|} = \frac{(K^{-1}x_1)^t K^{-1}x_2}{\sqrt{(K^{-1}x_1)^t K^{-1}x_1} \sqrt{(K^{-1}x_2)^t K^{-1}x_2}} = \frac{x_1^t K^{-t} K^{-1}x_2}{\sqrt{x_1^t K^{-t} K^{-1}x_1} \sqrt{x_2^t K^{-t} K^{-1}x_2}}$$



Question: la calibration est-elle nécessaire ?

Réponse: ça dépend de l'application!

P étant donnée, calculer les intrinsèques

notation; $r_i = [r_{i1} \ r_{i2} \ r_{i3}]$.

$$K \times [R \ T] = \begin{pmatrix} \alpha_u r_1 + u_0 r_3 & \alpha_u t_x + u_0 t_z \\ \alpha_v r_2 + v_0 r_3 & \alpha_v t_y + v_0 t_z \\ r_3 & t_z \end{pmatrix}$$

P est définie à un coefficient multiplicatif près

$$P = kK \times [R \ T]$$

soit

$$\begin{pmatrix} l_1 & l_{14} \\ l_2 & l_{24} \\ l_3 & l_{34} \end{pmatrix}$$

d'où

$$\begin{pmatrix} l_1 = k(\alpha_u r_1 + u_0 r_3) & l_{14} = k(\alpha_u t_x + u_0 t_z) \\ l_2 = k(\alpha_v r_2 + v_0 r_3) & l_{24} = k(\alpha_v t_y + v_0 t_z) \\ l_3 = k r_3 & l_{34} = k t_z \end{pmatrix}$$

P étant donnée, calculer les intrinsèques (2)

d'ou $|k| = ||l_3||$ L' objet observé est devant la caméra $\rightarrow t_z > 0$. le signe de k est déduit de l'égalité $l_{34} = kt_z$

$$\begin{aligned}t_z &= l_{34}/k & r_3 &= l_3/k \\u_0 &= \frac{l_1 \cdot l_3}{k^2} & v_0 &= \frac{l_2 \cdot l_3}{k^2} \\ \alpha_u &= \sqrt{\frac{l_1 \cdot l_1}{k^2} - u_0^2} & \alpha_v &= \sqrt{\frac{l_2 \cdot l_2}{k^2} - v_0^2} \\ t_x &= \frac{l_{14} - u_0 l_{34}}{k \alpha_u} & t_y &= \frac{l_{24} - v_0 l_{34}}{k \alpha_v} \\ r_1 &= \frac{l_1 - u_0 l_3}{k \alpha_u} & r_2 &= \frac{l_2 - v_0 l_3}{k \alpha_v}\end{aligned}$$

Calculer P : Les différents choix

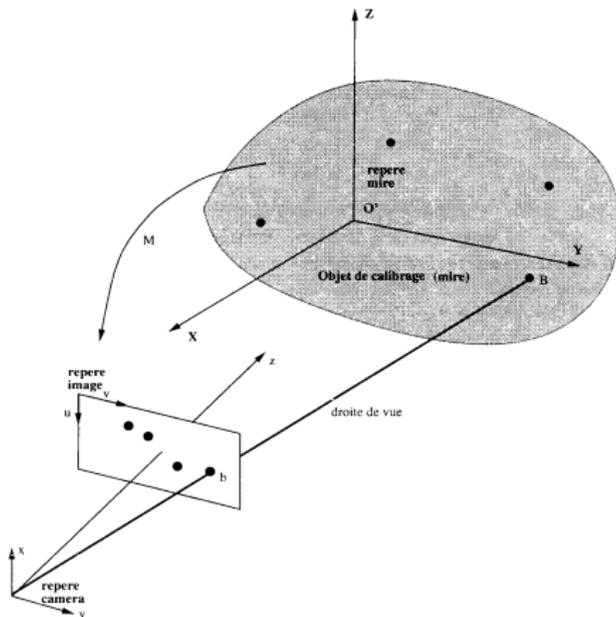
- Calculer P à partir d'un objet 3D dont les points sont connus précisément et sont facilement identifiables dans les images (ex: Toscani& Faugeras)
- Calculer P avec un objet plan dont la géométrie est connue. Les paramètres sont calculés à partir de l'observation de plusieurs vues de l'objet sans besoin de connaître leur position (Zhang). Facilité de mise en oeuvre!
- calibrage à partir de points de fuite
- Calibrage à partir de rotations de la caméra

Part II

Calibrer avec une mire 3D

Calibrer avec une mire 3D: principe

[toscani87,horaud93] Principe: à partir d'un ensemble de points 3D (Mire de calibration) dont les coordonnées sont **précisément connues** dans un repère propre, et de leurs projections dans l'image, on peut calculer M .



Données Les points de référence 3D : $M_i = \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix}$ et leur projection

sur le plan image: $m_i = \begin{pmatrix} su_i \\ sv_i \\ s \end{pmatrix}$.

But

Déterminer P telle que $m_i = PM_i$

$$su_i = P_{11}X_i + P_{12}Y_i + P_{13}Z_i + P_{14} \quad (1)$$

$$sv_i = P_{21}X_i + P_{22}Y_i + P_{23}Z_i + P_{24} \quad (2)$$

$$s = P_{31}X_i + P_{32}Y_i + P_{33}Z_i + P_{34} \quad (3)$$

$$(1) - (3)u_i \quad (P_{11} - u_i P_{31})X_i + (P_{12} - u_i P_{32})Y_i + (P_{13} - u_i P_{33})Z_i + P_{14} - u_i P_{34} = 0$$

$$(2) - (3)v_i \quad (P_{21} - v_i P_{31})X_i + (P_{22} - v_i P_{32})Y_i + (P_{23} - v_i P_{33})Z_i + P_{24} - v_i P_{34} = 0$$

2N équations linéaires à 12 inconnues P_{ij} .

$$\begin{bmatrix} X_i & Y_i & Z_i & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -u_i X_i & -u_i Y_i & -u_i Z_i & -u_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_i & Y_i & Z_i & 1 & -v_i X_i & -v_i Y_i & -v_i Z_i & -v_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{11} \\ P_{12} \\ P_{13} \\ P_{14} \\ P_{21} \\ P_{22} \\ P_{23} \\ P_{24} \\ P_{31} \\ P_{32} \\ P_{33} \\ P_{34} \end{bmatrix} = 0$$

$$A_i P = 0$$

Résolution aux moindres carrés de ce système (nombre de lignes \gg nombre de colonnes)

Rappel: La solution aux moindres carrés de $AX = b$ est $(A^t A)^{-1} A^t B$.

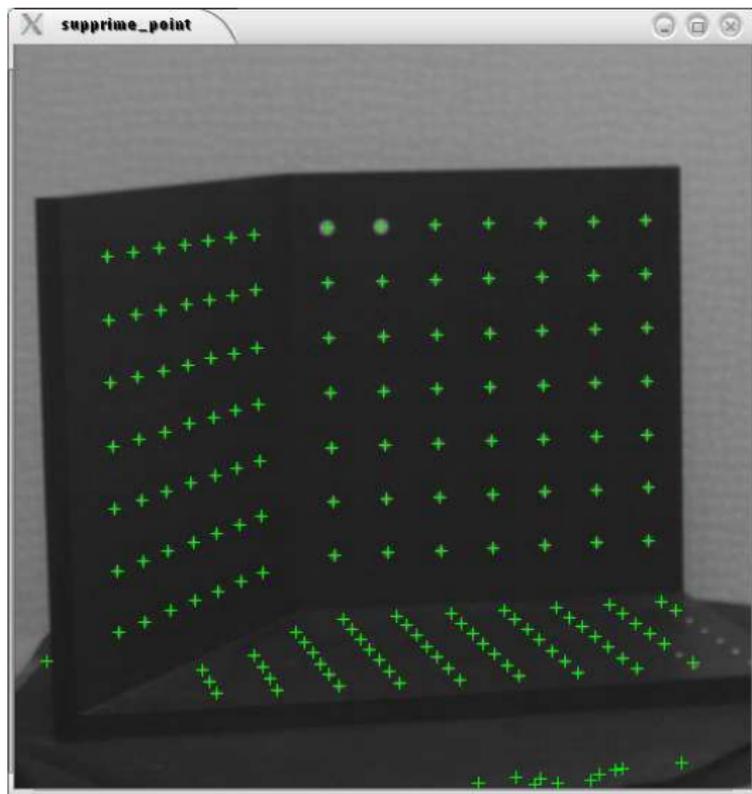
Seuls 11 paramètres peuvent être calculés (P définie à un facteur multiplicatif près) \rightarrow imposer des contraintes sur les solutions.

- 1 fixer $P_{34} = 1$.
problème: les paramètres intrinsèques obtenus ne sont pas invariants par déplacement de la caméra!
- 2 imposer $\|P_3\| = 1$ (et utiliser les multiplicateurs de Lagrange).

Remarques

on peut utiliser d'autres primitives que les points pour la calibration (droites [vaillant90], ellipses [brand95]...) pour améliorer la précision.

Calibrer avec une mire: exemple



Calibrer avec une mire: exemple

```
Matrice de projection perspective : -1.01696564302103
0.0527267842539719 -0.0373672503734797 197.008468927491
0.0109269370662681 -0.00418456598822128 -1.01295255383813
389.559907111475 -0.000104485330603111
-0.000451751368944943 -6.53424737990195e-05
erreurs : maximum et moyenne en x : 0.3464990559
0.06847582245 en y : 0.2748615266 0.0557194323 distances :
0.3467893223 0.09795727476
parametres de la camera : u0 = 387.1107039, v0
=305.2797382 alphau = 2141.476365, alphav = 2141.729394
```

Minimiser

$$\sum_{i=1}^N \left(\frac{P_{11}X_i + P_{12}Y_i + P_{13}Z_i + P_{14}}{P_{31}X_i + P_{32}Y_i + P_{33}Z_i + P_{34}} - u_i \right)^2 + \left(\frac{P_{21}X_i + P_{22}Y_i + P_{23}Z_i + P_{24}}{P_{31}X_i + P_{32}Y_i + P_{33}Z_i + P_{34}} - v_i \right)^2$$

au lieu de résoudre la version linéarisée.

Méthode moins *élégante* que la précédente mais

- le critère d'erreur est fidèle au phénomène physique.
- permet une modélisation plus fine de la caméra (introduire une fonction non linéaire différente de la projection classique - distorsions)
- meilleurs résultats en présence de bruit

Méthode générale: Utilisation d'une minimisation itérative à partir de l'estimation initiale fournie par la méthode Toscani.

Origine des distorsions:

- lentilles non alignées, non positionnées perpendiculairement à l'axe principal → distorsion tangentielle
- lentilles non minces ou défauts de courbure → distorsions radiales.

le modèle sténopé n'est plus valable.

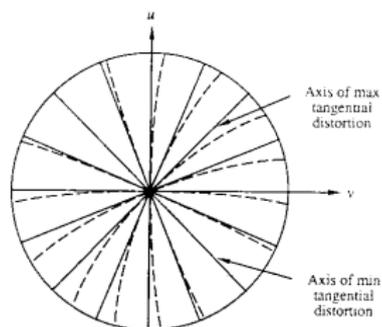


Fig. 4. Effect of tangential distortion. Solid lines: no distortion; dashed lines: with tangential distortion.

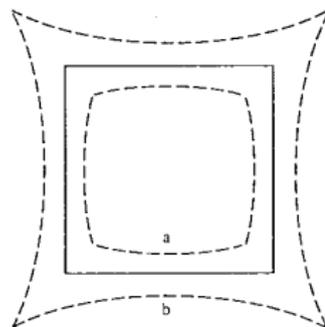


Fig. 3. Effect of radial distortion. Solid lines: no distortion; dashed lines: with radial distortion (a : negative, b : positive).

Prise en compte des distorsions

Pour des objectifs d'assez bonne qualité, la modélisation des distorsions radiales suffit souvent.

→ on modélise la distorsion par une fonction analytique symétrique par rapport à l'axe optique et on détermine les paramètres.

[lenz87,weng92,beyer92].

soit $u_p = \frac{P_{11}X_i + P_{12}Y_i + P_{13}Z_i + P_{14}}{P_{31}X_i + P_{32}Y_i + P_{33}Z_i + P_{34}}$, $v_p = \frac{P_{21}X_i + P_{22}Y_i + P_{23}Z_i + P_{24}}{P_{31}X_i + P_{32}Y_i + P_{33}Z_i + P_{34}}$ le projeté selon le modèle sténopé.

Modèle de distorsion radiale:

$$\begin{aligned}u &= u_p + (u_p - u_0)(K_1 r^2 + K_2 r^4 \dots) \\v &= v_p + (v_p - v_0)(K_3 r^2 + K_4 r^4 \dots)\end{aligned}$$

où $r = \sqrt{(u_p - u_0)^2 + (v_p - v_0)^2}$.

On peut utiliser des modèles plus généraux ([weng92])

$$u = f(\underbrace{u_0, v_0, k_u, k_v, T, R}_{SD=\text{sans distorsion}}, \underbrace{K_1, K_2, K_3, K_4, \dots}_{AD=\text{param.distorsion}})$$

[peuchot94a,brand94a] **Méthode:** Trouver une transformation point à point qui remplace les points de l'image dans une position compatible avec le modèle sténopé (les droites se projettent en droite)

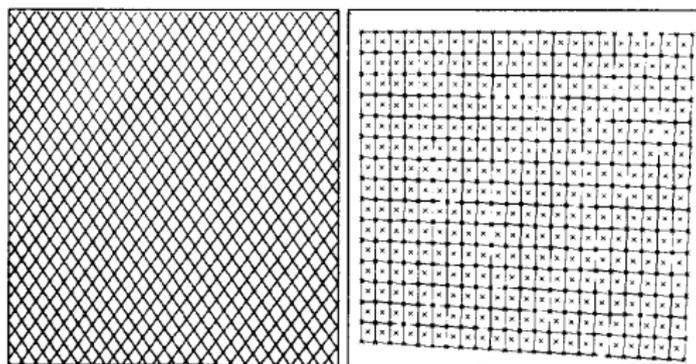
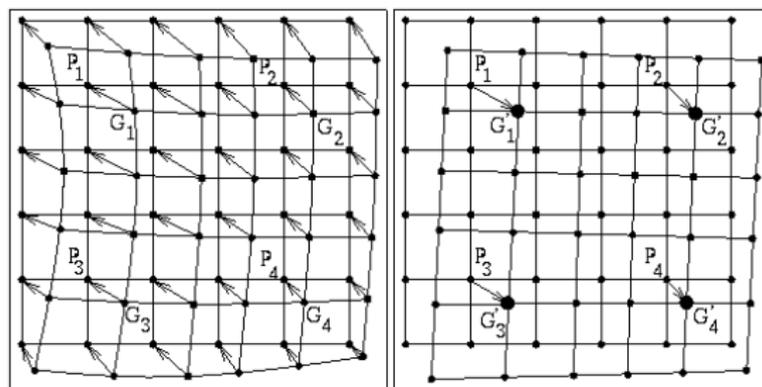


FIG. 2 - : a) A gauche, une image de la mire utilisée pour corriger les distorsions. b) A droite, la grille extraite de cette image



(a) Transformation T des points de la grille du repère pixel vers le repère virtuel

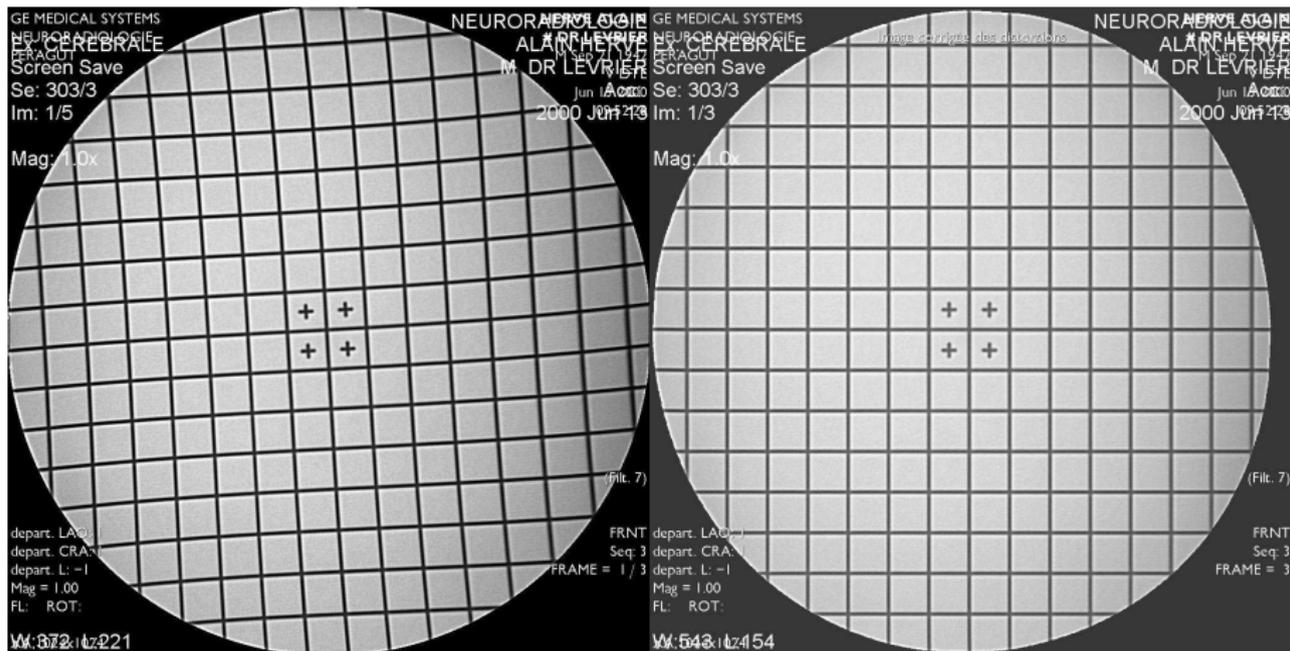
(b) Transformation projective M des points du repère virtuel dans le repère pixel

Figure 1.3 : Les 2 transformations successives visant à corriger les distorsions

Algorithme:

- Acquisition de la grille
- Extraction des noeuds de la mire
- Soit la transformation T qui place le noeud central de la grille en $(0, 0)$, son voisin de droite en $(1, 0)$, son voisin du dessus en $(0, 1)$... (repère virtuel). (l'image est alors conforme au modèle sténopé).
- la transformation T est étendue à tous les points de l'image par interpolation binaire sur les voisins.
- Définition de la transformation projective M pour replacer les points dans le repère pixel (choisie de façon à minimiser l'écart entre la position initiale de chaque point dans l'image et sa position transformée, ou en utilisant des points supposés invariants au centre de l'image).
- la nouvelle position d'un point p est $M \circ T(p)$.

Prise en compte des distorsions sans modèle analytique

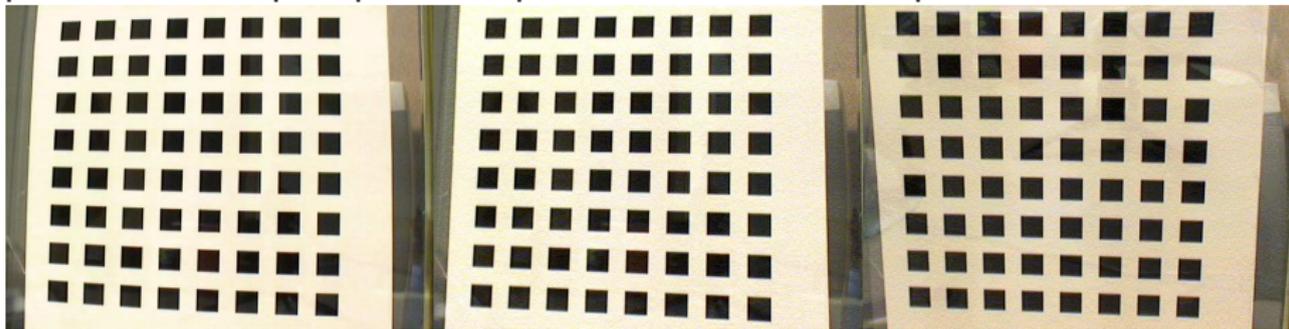


Part III

Calibrer avec des objets plans

Calibrer avec une mire planaire[Zhang]

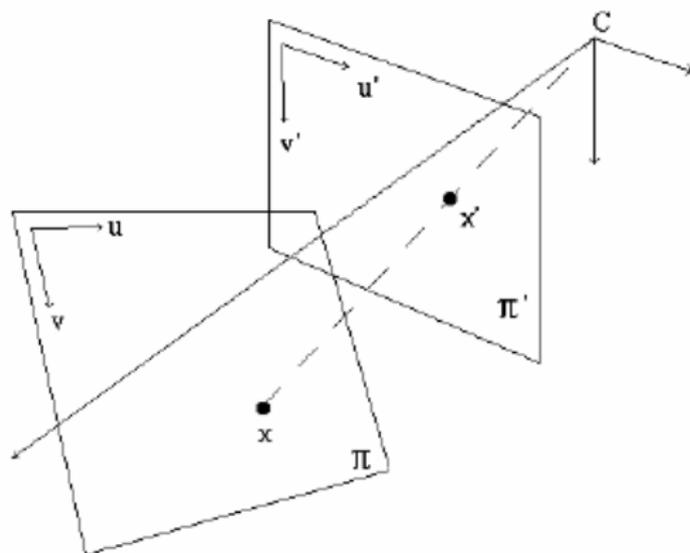
Objectif: Ne pas avoir la contrainte d'une mire 3D mais utiliser un objet plan observé depuis plusieurs positions de la caméra pour calibrer.



Ce qui fait marcher les choses: on peut directement relier des points en correspondance sur des plans sans avoir besoin de connaître leurs coordonnées 3D.

Homographie planaire

Modéliser le lien entre les deux plans



On peut supposer que le plan observé a pour équation $Z = 0$

$$\begin{pmatrix} su \\ sv \\ s \end{pmatrix} = K \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{K \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & t \end{bmatrix}}_H \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$m \approx HM$$

où \approx signifie que l'équation est définie à un facteur près et H est appelée **homographie plane**.

Si H_1 est l'homographie de la mire vers l'image 1 et H_2 l'homographie de la mire vers l'image 2, $H_2 \circ H_1^{-2}$ est l'homographie de l'image 1 vers l'image 2.

H peut être facilement calculée à partir de points en correspondance.

$$H = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix}$$

$$Hm = \begin{bmatrix} h_1^t m \\ h_2^t m \\ h_3^t m \end{bmatrix}$$

$Hm \approx m'$ donc $Hm \wedge m' = 0$

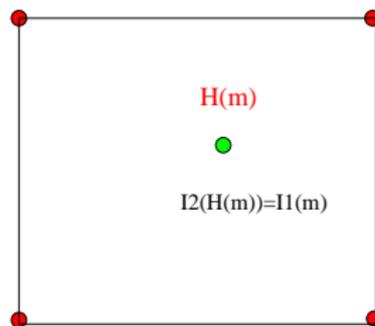
Chaque paire de points en correspondance produit 2 équations linéaires (en fait 3 dont une est redondante)

Quatre points en correspondance suffisent à déterminer H .

Homographie plane: application

Si un motif est planaire, on peut calculer son image sous un autre point de vue en connaissant au moins les position de 4 points

- On sait calculer l'homographie H avec 4 points en correspondance
- On sait calculer l'image Hm de tout point m
- La couleur du point Hm est celle du point m .



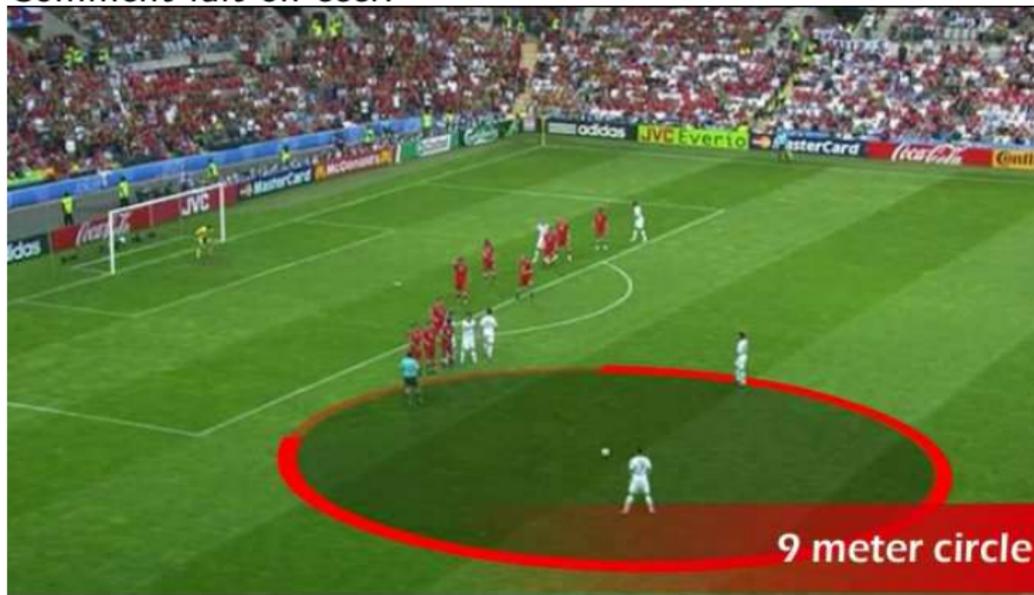
Homographie plane: application



In the above example, the 4 corners of the window are mapped to the corners of a rectangular polygon, however, any rectangular polygon will offer 4 correspondence pairs. The aspect ratio for the rectangular polygon can not be determined from one view of the 4 corners of the window.

Homographie planaire: application

Comment fait on ceci?



Homographie plane: application

3



(a)



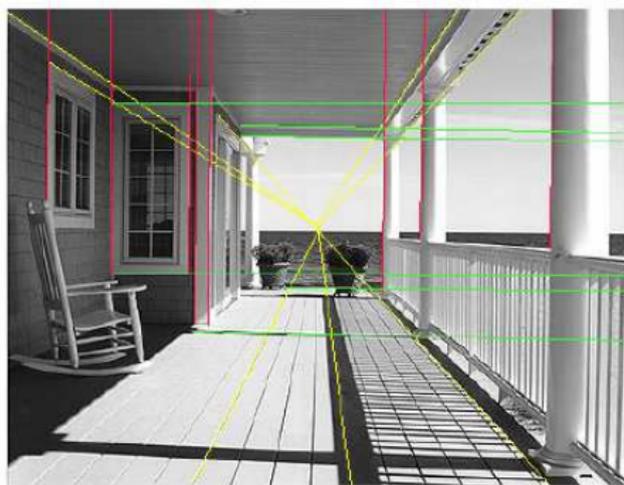
(b)



(c)

Fig. 2. (a)-(b) Two views with corresponding control points (dark landmarks) on the overlapping area; (c) image mosaic generated after homography transformation.

Homographie planaire: application



Génération d'une image avec un point de vue différent.

Calibration avec des plans (fin)

Pour chaque image de la mire plane, on peut calculer une homographie entre le plan image et la mire plane

$$H = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \end{bmatrix} \approx K \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & t \end{bmatrix}$$

Les r_i forment une famille orthonormée donc

$$\begin{aligned} K^{-1}h_1 \cdot K^{-1}h_2 &= 0 \\ K^{-1}h_1 \cdot K^{-1}h_1 &= K^{-1}h_2 \cdot K^{-1}h_2 \end{aligned}$$

or $u \cdot v = u^t v = v^t u$, donc

$$\begin{aligned} h_1^t K^{-t} K^{-1} h_2 &= 0 \\ h_1^t K^{-t} K^{-1} h_1 &= h_2^t K^{-t} K^{-1} h_2 \end{aligned}$$

Une homographie induit **2 contraintes** sur $\omega = K^{-t}K^{-1}$, matrice symétrique 3×3 (6 paramètres).

En utilisant au moins 3 positions de la mire plane, on peut calculer ω et donc K (décomposition de Cholesky). Les positions découlent de $r_i = \lambda K^{-1}h_i$.

Calibrer avec une mire planaire: precision

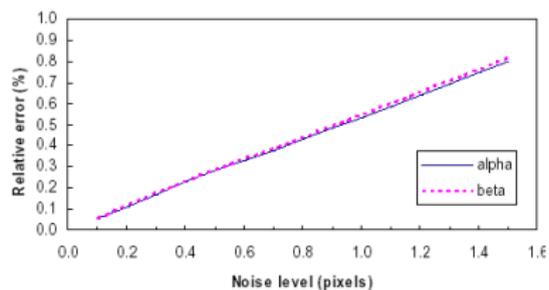
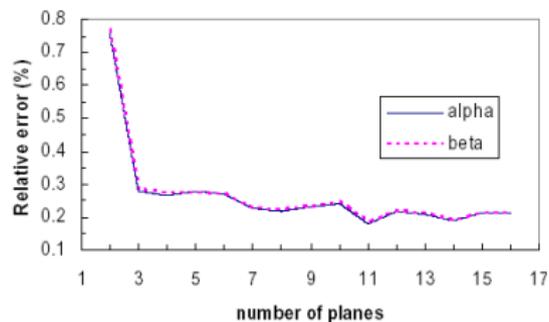


Figure 1: Errors vs. the noise



Calibrer avec une mire planaire: sensibilité

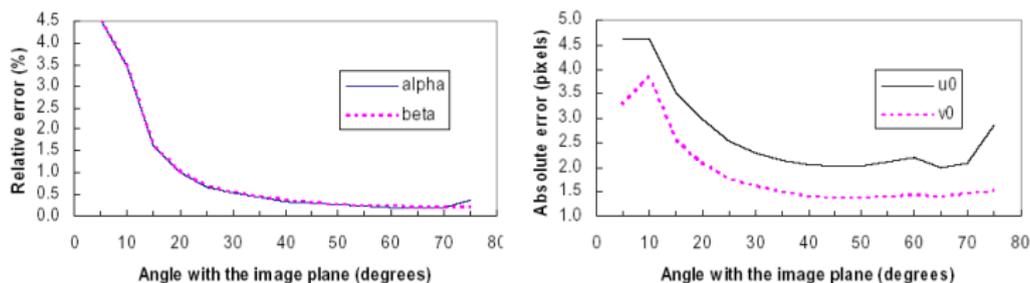


Figure 3: Errors vs. the angle of the model plane w.r.t. the image plane

Calibrer avec une mire planaire: reconstruction

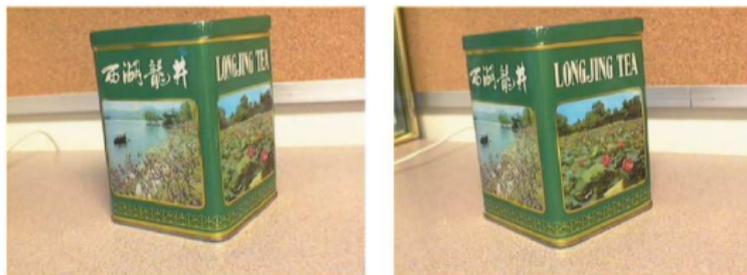


Figure 6: Two images of a tea tin



Figure 7: Three rendered views of the reconstructed tea tin

Part IV

Intrinsèques et points de fuite

Calculer K à partir de lignes et de points de fuite

- objectif: ne pas utiliser de modèle 3D pour calibrer mais des connaissances plus faciles à acquérir
- Soient v_1 et v_2 2 points de fuite. On pose $\omega = K^{-t}K^{-t}$ L'angle θ entre les directions est

$$\cos(\theta) = \frac{v_1^t \omega v_2}{\sqrt{v_1^t \omega v_1} \sqrt{v_2^t \omega v_2}}$$

- \rightarrow chaque angle connu entre deux directions donne une contrainte sur ω .
- Si les directions sont perpendiculaires, la contrainte se réduit à $v_1^t \omega v_2 = 0$
- avec un nombre suffisant de points de fuite observés, on peut calculer ω et donc K .

Calculer K à partir d'au moins deux points de fuite orthogonaux

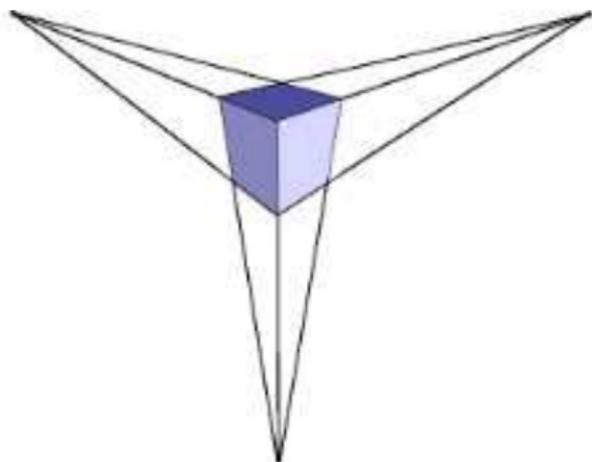
On suppose les directions orthogonales donc, dans un repère approprié, $X = (1, 0, 0)$, $Y = (0, 1, 0)$, $Z = (0, 0, 1)$. Soient $V_1 = (u_1, v_1)$, V_2, V_3, \dots les points de fuite associés.

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ 1 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} f & 0 & u_0 \\ 0 & f & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} R X = K r_1$$

$$K^{-1} = \begin{bmatrix} 1/f & 0 & -u_0/f \\ 0 & 1/f & -v_0/f \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

donc

$$\begin{bmatrix} 1/f(u_1 - u_0) \\ 1/f(v_1 - v_0) \\ 1 \end{bmatrix} \approx r_i$$



Calculer K à partir d'au moins deux points de fuite orthogonaux

Avec deux points de fuite orthogonaux, on a la contrainte $r_1.r_2 = 0$

$$(u_1 - u_0)(u_2 - u_0) + (v_1 - v_0)(v_2 - v_0) + f^2 = 0$$

Si on suppose que le point principal est au milieu de l'image (u_0, v_0 connu), on peut donc calculer la focale:

$$f = \sqrt{|(u_1 - u_0)(u_2 - u_0) + (v_1 - v_0)(v_2 - v_0)|}$$

→ on peut calculer la focale d'une caméra à partir d'un carré en supposant le point principal au milieu de l'image.

Calculer K à partir de 3 points de fuite orthogonaux

Avec 3 points de fuite orthogonaux, on peut calculer le modèle complet de la caméra:

$$K = \begin{bmatrix} f & 0 & u_0 \\ 0 & f & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

on a:

$$(u_1 - u_0)(u_2 - u_0) + (v_1 - v_0)(v_2 - v_0) + f^2 = 0$$

$$(u_1 - u_0)(u_3 - u_0) + (v_1 - v_0)(v_3 - v_0) + f^2 = 0$$

d'où

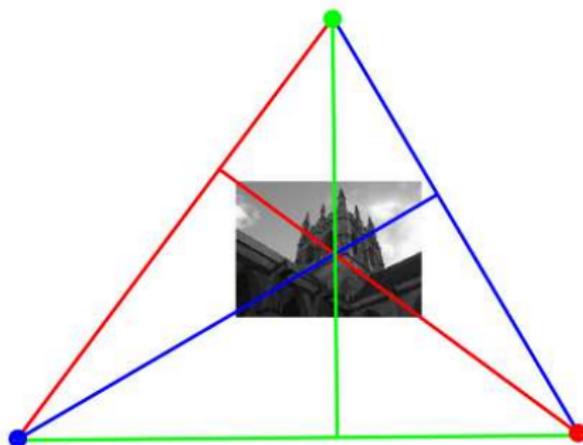
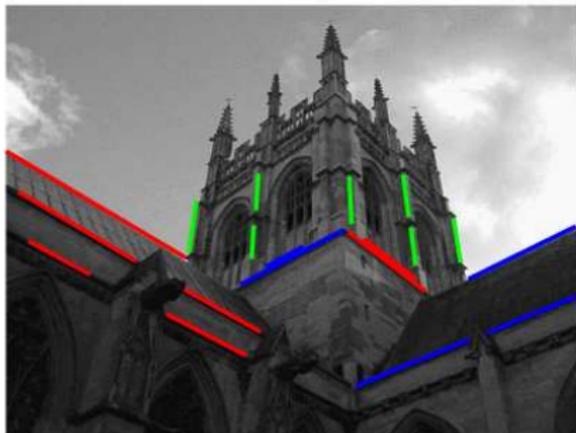
$$(u_1 - u_0)(u_2 - u_3) + (v_1 - v_0)(v_2 - v_3) = 0$$

→ $V_1 p$ est orthogonal à $V_2 V_3$

($p = u_0, v_0$) est l'orthocentre du triangle formé par les points de fuite

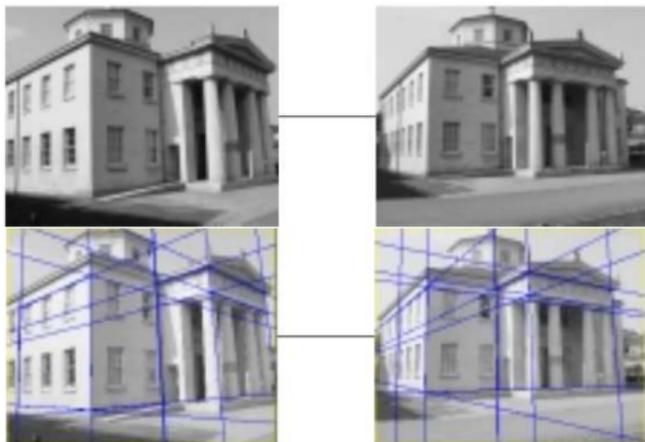
On peut ensuite déterminer f à partir d'une des équations

Exemple [Hartley-Zisserman]



Détermination du point principal

1. Original uncalibrated photographs



Triangulation, 3D reconstruction and texture mapping



Part V

Calibrer avec des rotations

Calibrer avec des rotations pures

- On considère des images prises par une caméra tournant autour de son axe optique (panoramique, $T = 0$)

$$P_1 = [KR_1, 0] \quad P_2 = [KR_2, 0]$$

- l'image d'un point $\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$ dans les deux images est

$$q_1 \approx KR_1 \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad q_2 \approx KR_2 \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$

donc

$$R_1^t K^{-1} q_1 \approx \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad R_2^t K^{-1} q_2 \approx \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$$



$$q_2 \approx \underbrace{KR_2R_1^tK^{-1}}_H q_1$$

- l'homographie H entre les deux images peut être calculée à partir de R_1, R_2, K s'ils sont connus.
- on peut aussi la calculer à partir d'au moins 4 points en correspondance
- H peut servir à recoller des images pour faire un panoramique [Brown & Lowe 2007]. La difficulté est d'extraire automatiquement des points en correspondance entre images permettant de calculer les homographies (voir le cours sur SIFT)

Panoramiques



(a) Image 1



(b) Image 2



(c) Images aligned according to a homography

Panoramiques: ce qui permet le calcul des homographies



(a) Image 1



(b) Image 2



(c) SIFT matches 1



(d) SIFT matches 2

Calibration à partir de rotations

Dans le cas simple où on a une matrice des intrinsèques de la forme

$$K = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Comme $H = KR_2R_1^tK^{-1}$, alors:

$$H = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & fr_3 \\ r_4 & r_5 & fr_6 \\ r_7/f & r_8/f & r_9 \end{bmatrix}$$

on peut calculer f par la relation

$$h_1^2 + h_2^2 + h_3^2/f^2 = h_4^2 + h_5^2 + h_6^2/f^2$$

[Brown 2007]: M. Brown and D. Lowe. Automatic Panoramic Image Stitching Using Invariant features. International Journal of Computer vision, 74 (1), 2007.

[cipolla 99] R. Cipolla, T. Drummond and D. Robertson. Camera calibration from vanishing points in images of architectural scenes. BMVC 99.

[Horaud 93] R. Horaud and O. Monga. Vision par Ordinateur. Hermes

[Tsai 87]: Y. Tsai. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses. IEEE Journal of Robotics and Automation, 3 (4), p 323–331

[weng92]: J. Weng and P. Cohen and M. Herniou. Camera Calibration with Distorsion Models and Accuracy Evaluation IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 10 (14), 965–980

[Zhang 00]: Z. Zhang. A flexible new technique for camera calibration. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 22(11):1330-1334, 2000