

# Génération de maillage hexahédral structuré par blocks

Nicolas Ray

- **Thématique** : Géométrie numérique, remaillage hexahedral
- **Laboratoire, institution et université** : LORIA, Inria, Université de Lorraine
- **Ville et pays** : Nancy, France.
- **Equipe ou projet dans le labo** : Equipe projet ALICE (<http://alice.loria.fr/>)
- **Directeur de stage** : Nicolas Ray ([ray@loria.fr](mailto:ray@loria.fr))
- **Directeur du laboratoire** : Jean-Yves Marion ([jean-yves.marion@loria.fr](mailto:jean-yves.marion@loria.fr))

## Sujet

Un maillage hexahédral structuré par block est une décomposition d'un objet volumique en "grosses" cellules dont la géométrie est celle d'un cube déformé. L'intérêt de telles structures est que ces cellules peuvent être subdivisées pour s'adapter au besoin de précision des simulations numériques. Ces représentations sont habituellement générées manuellement par des spécialistes du remaillage. Nous pensons qu'il est possible d'automatiser la majeure partie de cette tâche en couplant les récents algorithmes de remaillage hexahédral avec la manipulation des surfaces duales au maillage hexahédral.

## Contexte

Les objets volumiques peuvent être représentés par des maillages. Les plus simples à générer sont des maillages très peu structurés, typiquement composés de tétraèdres. Pour certaines applications, il est préférable d'avoir des maillages composés d'hexaèdres (cubes éventuellement déformés) car ils permettent de représenter des fonctions différentes, avantageuses pour certains types de simulations numériques. Dans la famille des maillages hexahédraux, les plus intéressants d'un point de vue applicatif sont ceux structurés par blocks : le volume est décomposé en gros blocks dans lesquels les hexaèdres sont arrangés sous la forme d'une grille régulière déformée. Cette structure permet d'adapter (éventuellement dynamiquement) la résolution du maillage, avec une cohérence naturelle entre les différentes résolutions. De plus, la combinatoire du maillage n'a pas besoins d'être explicitement stockée, ce qui permet des optimisations de code assez importantes.

Une famille assez récente de méthodes de remaillage utilise des paramétrisations globales [3, 4, 1] pour générer une grille déformée d'hexaèdres couvrant une importante proportion du volume de l'objet. Lorsque tout l'objet n'est pas remaillé par ce processus, il est possible de remplir le volume restant avec des tétraèdres, ce qui donne des maillages mixte (composé d'hexaèdres et de tétraèdres). Nous travaillons sur ce problème avec comme objectif de rendre ces algorithmes plus robustes, et d'augmenter la proportion de volume qui sera rempli par des hexaèdres. L'idée de ce stage est, au contraire, de se limiter à des objets plus simples dans l'espoir d'obtenir des maillages de meilleure qualité (structurés par blocks).

D'autre part, les travaux sur la génération de maillages hexahédraux ont étudié leur structure très fortement contrainte : leur combinatoire est duale à des ensembles de surfaces qui s'intersectent. Pour générer des maillages hexaèdraux en manipulant ces surfaces, on manipule concrètement un objet appelé *STC Spatial Twist Continuum* [2]. Par exemple, l'algorithme de *Whisker weaving* [5] permet de remailler avec des hexaèdres l'intérieur d'une surface définie par un maillage quadrangulaire. Dans ces approches, toute la difficulté consiste à trouver ces surfaces, et plus particulièrement leur géométrie.

## Détails du sujet

L'idée est de ce stage est d'exploiter la paramétrisation globale pour obtenir un *STC* d'une bonne décomposition en block. Concrètement, le *STC* des hexaèdres extraits depuis la paramétrisation globale contient presque toutes les surfaces nécessaires à générer d'une bonne décomposition en block. Le travail consistera donc à générer ces *STC*, à les optimiser, puis à générer le maillage hex par block correspondant.

L'optimisation du *STC* nécessitera dans un premier temps d'éliminer les morceaux de surfaces dont le bord ne coïncide pas avec celui de l'objet, mais touchent une partie de l'objet dans laquelle aucune paramétrisation

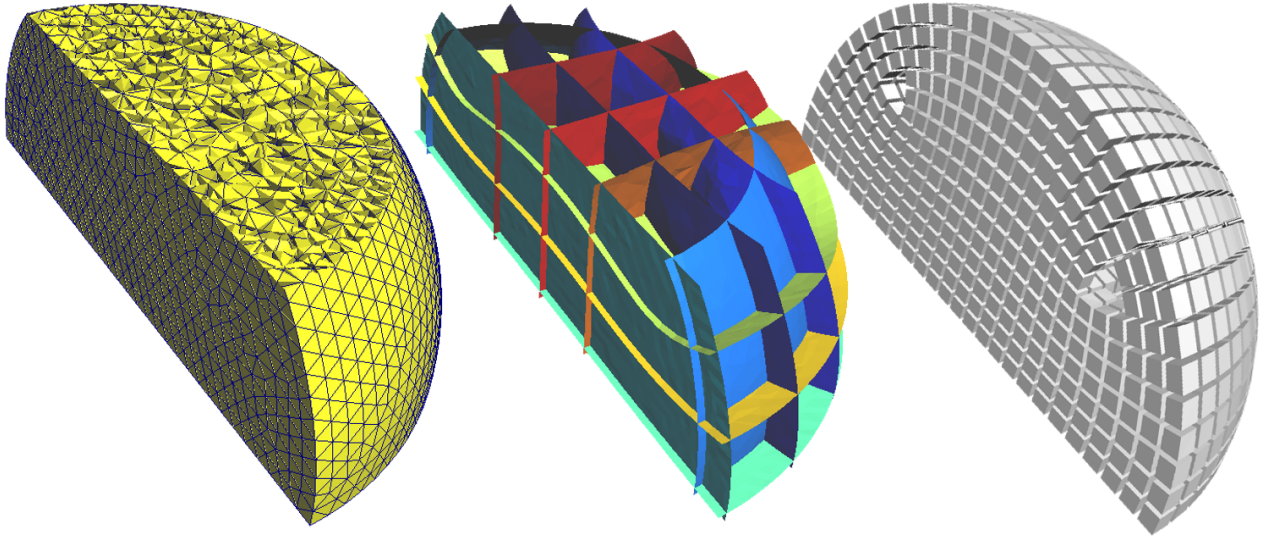


FIGURE 1 – Ce quart de sphère est défini par un maillage tétraédral (à gauche). On aimerait définir un ensemble de surfaces duales à un maillage hexahédral (au milieu). Pour ce faire, nous pouvons partir d’un maillage hexahédral structuré, même s’il est incomplet (à droite) : les surfaces duales correspondront probablement à des nappes d’hexaèdres.

valide n’a pas pu être trouvée. Il faudra aussi supprimer les surfaces redondantes, ou encore celles qui ne sont pas nécessaires pour obtenir un STC valide et qui ne sont pas géométriquement importantes. Par la suite, il sera probablement possible d’améliorer la robustesse du processus en insérant dans le STC d’autres surfaces nécessaires à sa validité, mais que l’algorithme de paramétrisation n’aurait pas été capable de générer. L’extraction du STC du maillage initial requiert de manipuler un peu de géométrie, mais la majeure partie du travail sera de nature combinatoire sur la structure du STC.

L’étape suivante va consister à gérer les blocks du maillage hexaédral i.e. le dual du STC obtenu sous la contrainte de respecter la surface de l’objet. Cette étape peut être réalisée en découpant l’objet le long des surfaces du STC, puis en décomposant ces blocks en hexaèdres. Si le résultat est directement valide, il sera alors possible de le simplifier en retirant les surfaces du STC. Sinon, les problèmes seront locaux à un block, et ce qui permet de garder l’option de les résoudre manuellement.

## Prérequis

Mener à bien ce projet nécessite un bon niveau en programmation et en algorithmique. Il faudra probablement tester diverses approches /algorithmes /structures de données, ce qui demande d’être suffisamment autonome et capable de s’adapter sans cesse aux contraintes au fur et à mesure que nous les découvrirons.

## Références

- [1] Yufei Li, Yang Liu, Weiwei Xu, Wenping Wang, and Baining Guo. All-hex meshing using singularity-restricted field. *ACM Trans. Graph.*, 31(6) :177 :1–177 :11, November 2012.
- [2] Peter Murdoch, Steven Benzley, Ted Blacker, and Scott A. Mitchell. The spatial twist continuum : A connectivity based method for representing all-hexahedral finite element meshes. *Finite Elements in Analysis and Design*, 28(2) :137 – 149, 1997.
- [3] Matthias Nieser, Ulrich Reitebuch, and Konrad Polthier. CubeCover - Parameterization of 3D Volumes. *Computer Graphics Forum*, 2011.
- [4] Dmitry Sokolov, Nicolas Ray, Lionel Untereiner, and Bruno Lévy. Hexahedral-dominant meshing. *ACM Trans. Graph.*, 35(5) :157 :1–157 :23, June 2016.
- [5] T. J. TAUTGES, T. BLACKER, and S. A. MITCHELL. The whisker weaving algorithm : A connectivity-based method for constructing all-hexahedral finite element meshes. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 39(19) :3327–3349, 1996.